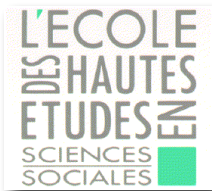

Réseaux complexes: d'Internet aux pandémies

Marc Barthelemy

CEA, Institut de Physique Théorique, Saclay, France

EHESS, Centre d'Analyse et de Mathématiques sociales, Paris, France



marc.barthelemy@cea.fr

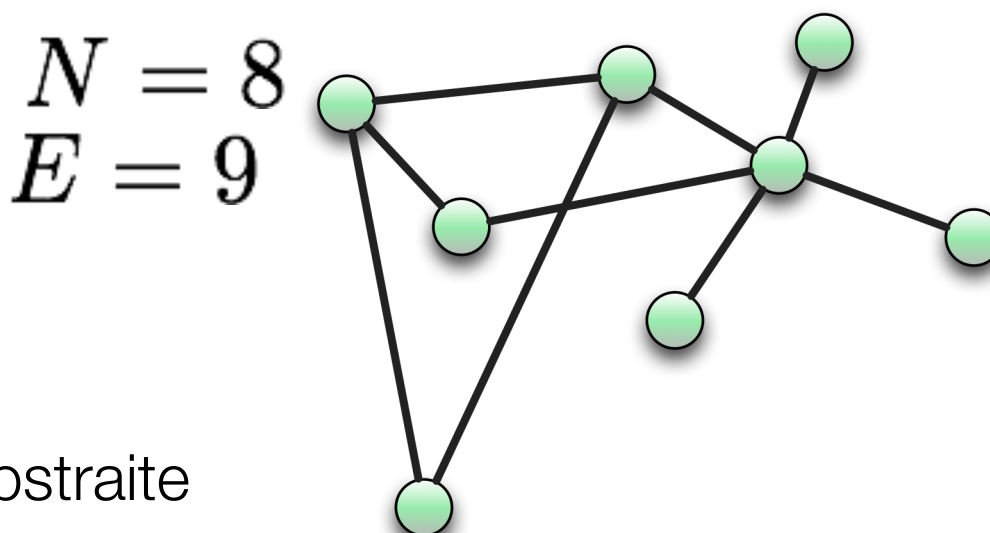
www.quanturb.com

Programme

- Les (grands) réseaux complexes
 - Les réseaux sont partout
 - Comment caractériser les réseaux
 - Petit-mondes
 - Réseaux sans-échelle: 2 grandes classes
- Que se passe t'il sur les réseaux ?
 - Propagation d'épidémies
 - Comment fonctionne Google

Qu'est-ce qu'un réseau ?

Réseau=graphe: ensemble de **noeuds** connectés entre eux par des **liens**



- représentation très abstraite et très générale
- utile pour décrire de nombreux systèmes
- les liens peuvent avoir une direction (réseaux dirigés) ou un poids (réseaux valués ou pesés)

Graphes et réseaux: un peu d'histoire

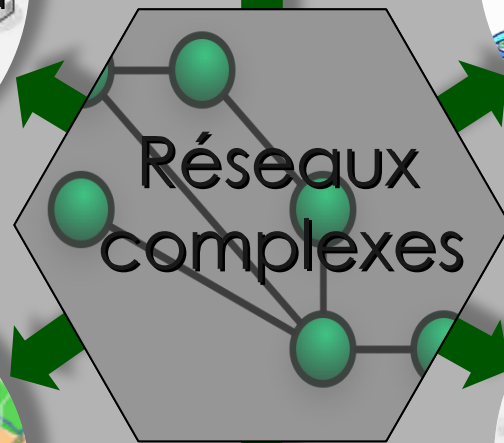
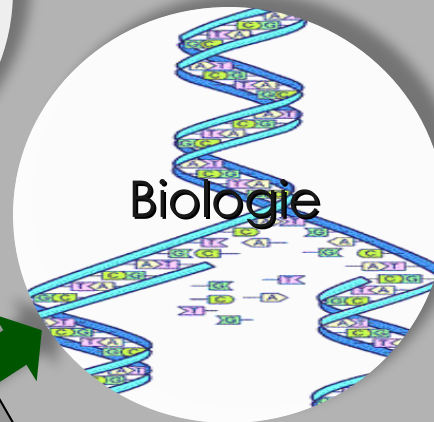
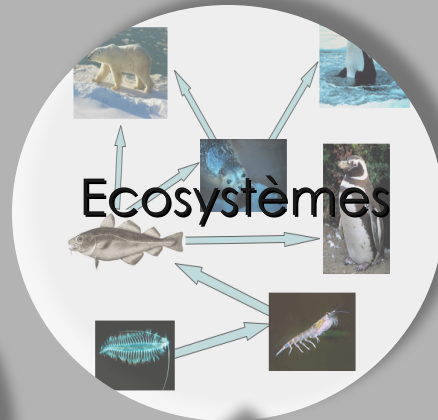
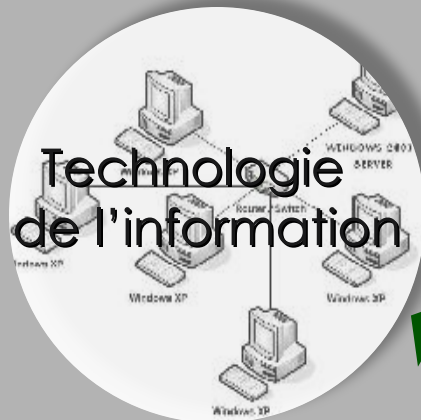
- Théorie des graphes (7 ponts de Koenigsberg, Euler 1707-1783)
- Jusqu'au 20^{ème} siècle: mathématiciens et ingénieurs, sociologues
- A partir de 1999, les physiciens entrent en scene:
 - En 1999: Watts-Strogatz (petit-mondes)
 - En 2000: Barabasi-Albert (réseaux sans-échelles)
- Depuis: effort interdisciplinaire, applications dans de nombreux domaines:
 - Sociologie
 - Epidemiologie
 - Sciences de la communication
 - Urbanisme
 -

Réseaux, physique et emergence

La plupart des réseaux intéressants sont:

- 'Complexes'
 - Très grands
- Outils statistiques nécessaire
 - Emergence de propriétés à grande échelle
- => Importance de la physique statistique

Ubiquité des réseaux



Réseaux sociaux

Support de beaucoup de processus dynamiques:

- Propagation de maladies infectieuses
- Propagation de rumeurs
- Formation d'opinions
- Phénomènes coopératifs
- ...

On n'a pu obtenir que très récemment des informations quantitatives sur ces réseaux

Réseaux sociaux

Noeuds: individus

Liens: amis

Réseau facebook (réseau valué inter-villes)



Réseau des acteurs

N = 212,250 acteurs

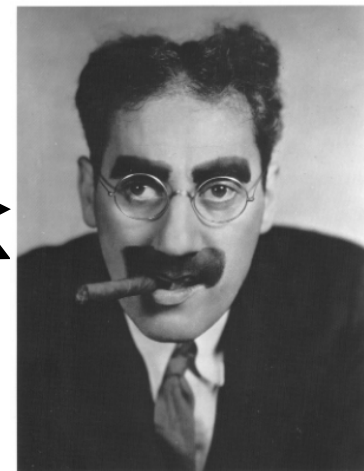
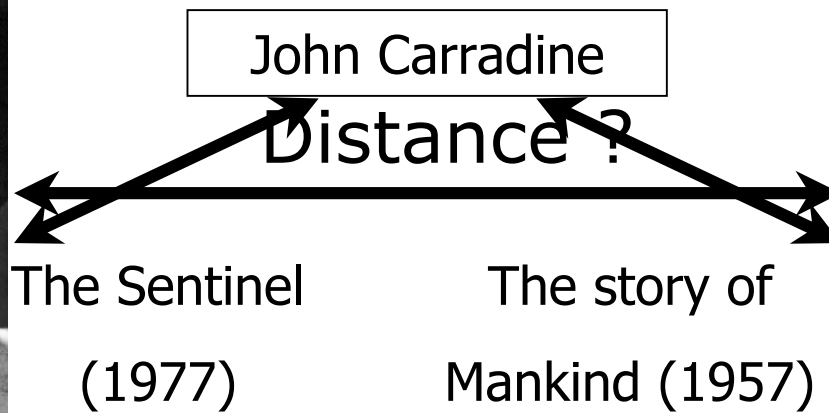
$\langle k \rangle = 28.78$

http://www.cs.virginia.edu/oracle/star_links.html

Noeuds: acteurs
Liens: dans le meme casting



Ava Gardner

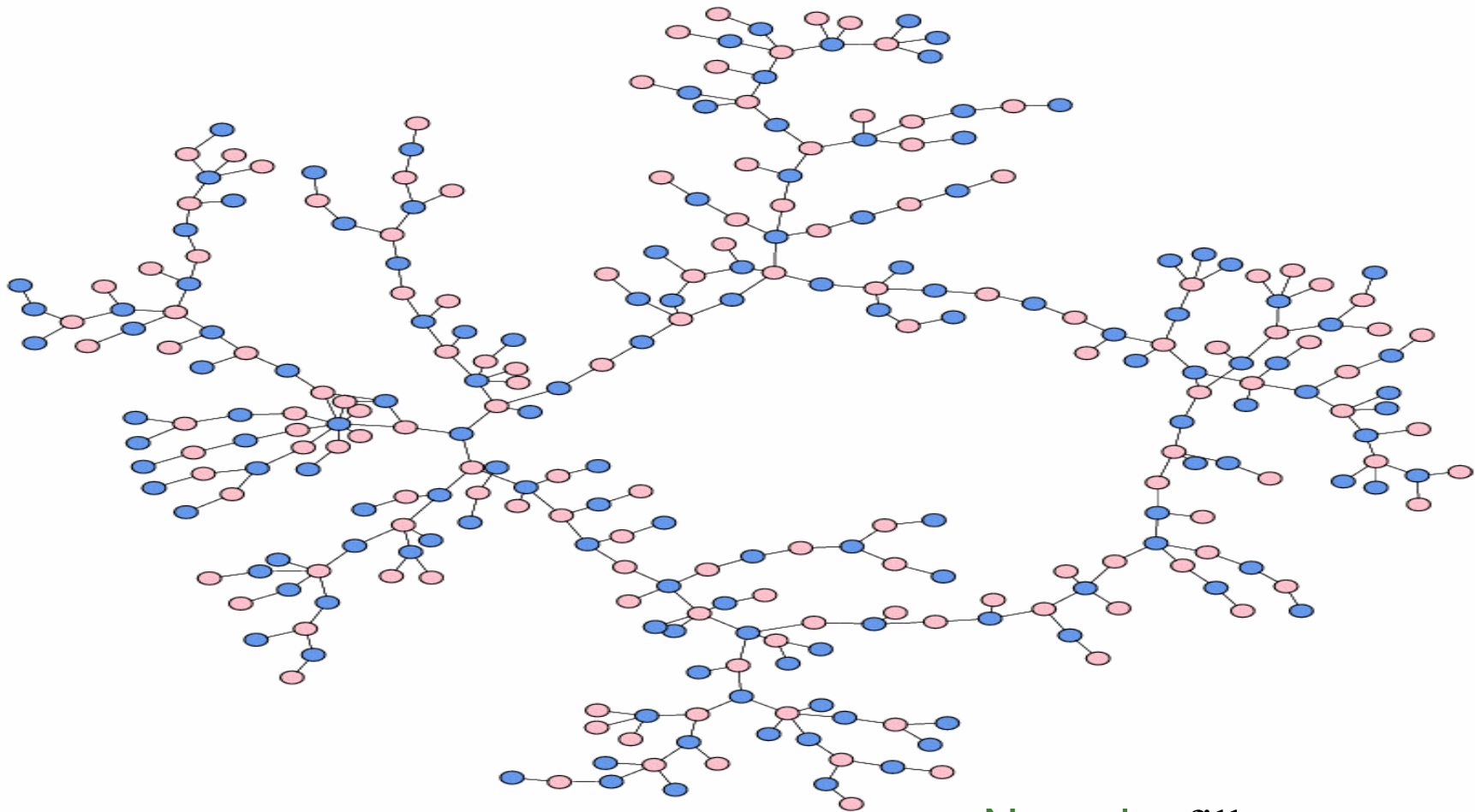


Groucho Marx

distance(Ava, Groucho)=2

Réseaux et épidémiologie

Flirt au lycée
www.umich.edu/~mejn



Noeuds: filles et garçons

Liens: flirt

Technologie de l'information

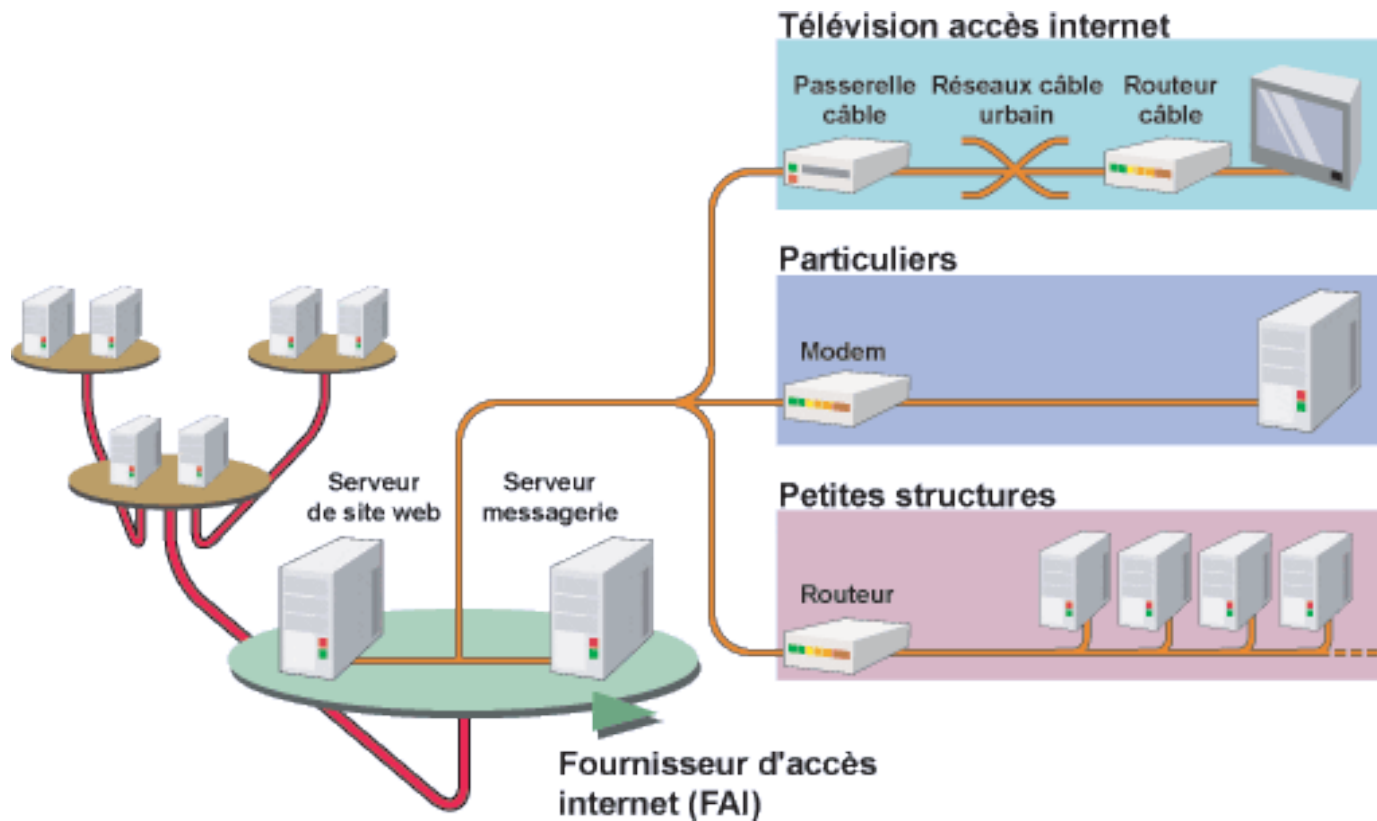
Importance de l'Internet et du web

- Congestion
- Propagation de virus informatiques
- Phénomènes sociaux (communautés, propagation de rumeurs, etc.).
- ...

Internet: réseau physique

Noeuds = serveurs, routeurs, ...

Liens = connexions physiques (cables)



Cartographier Internet

- croit et évolue continuellement
- hétérogénéité intrinsèque
- auto-organisation



Propriétés et topologie largement inconnues

Beaucoup de projets de cartes (topologie et performances):

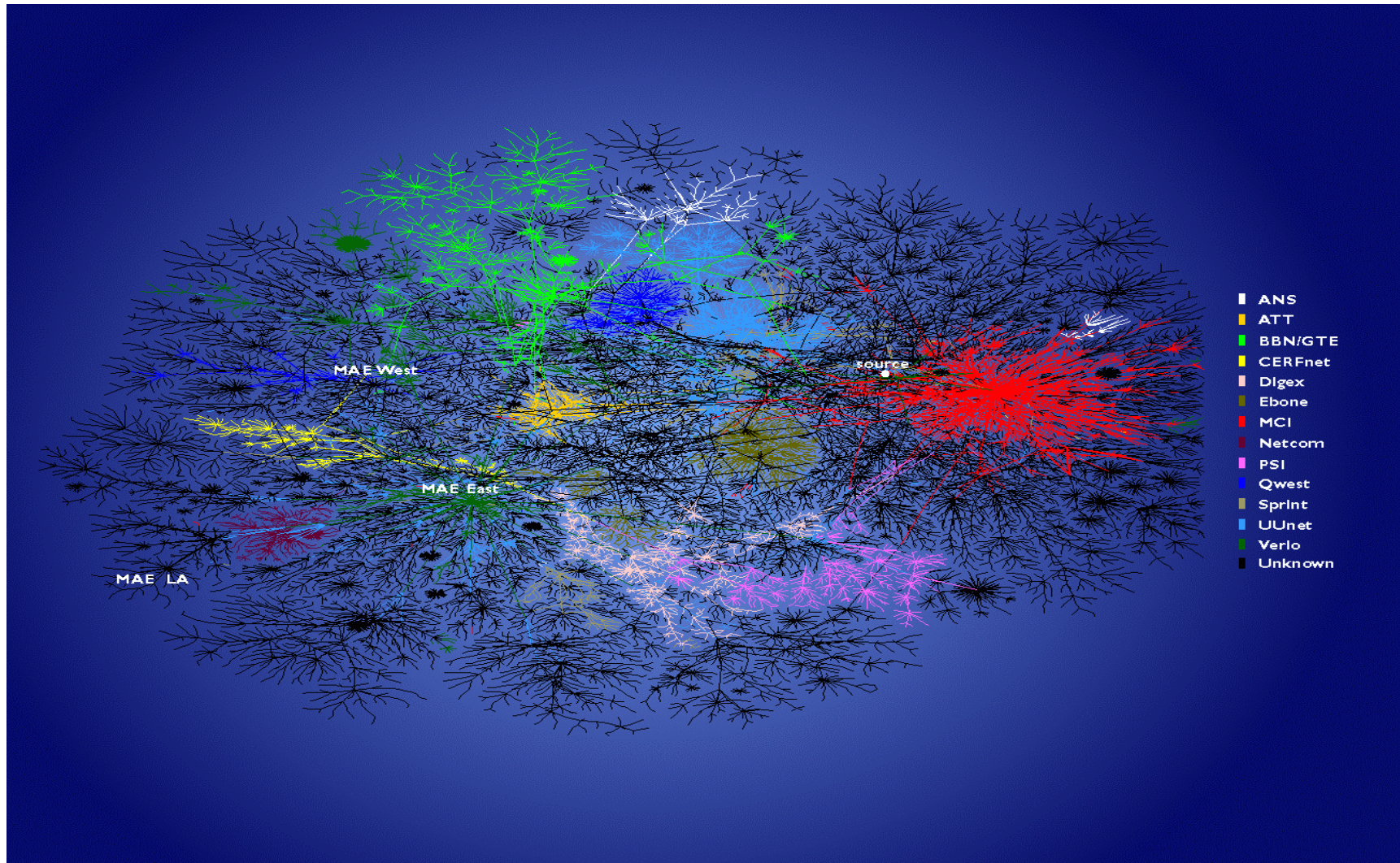
CAIDA, NLANR, RIPE, ...

Internet

Noeuds: routeurs, serveurs, ordinateurs

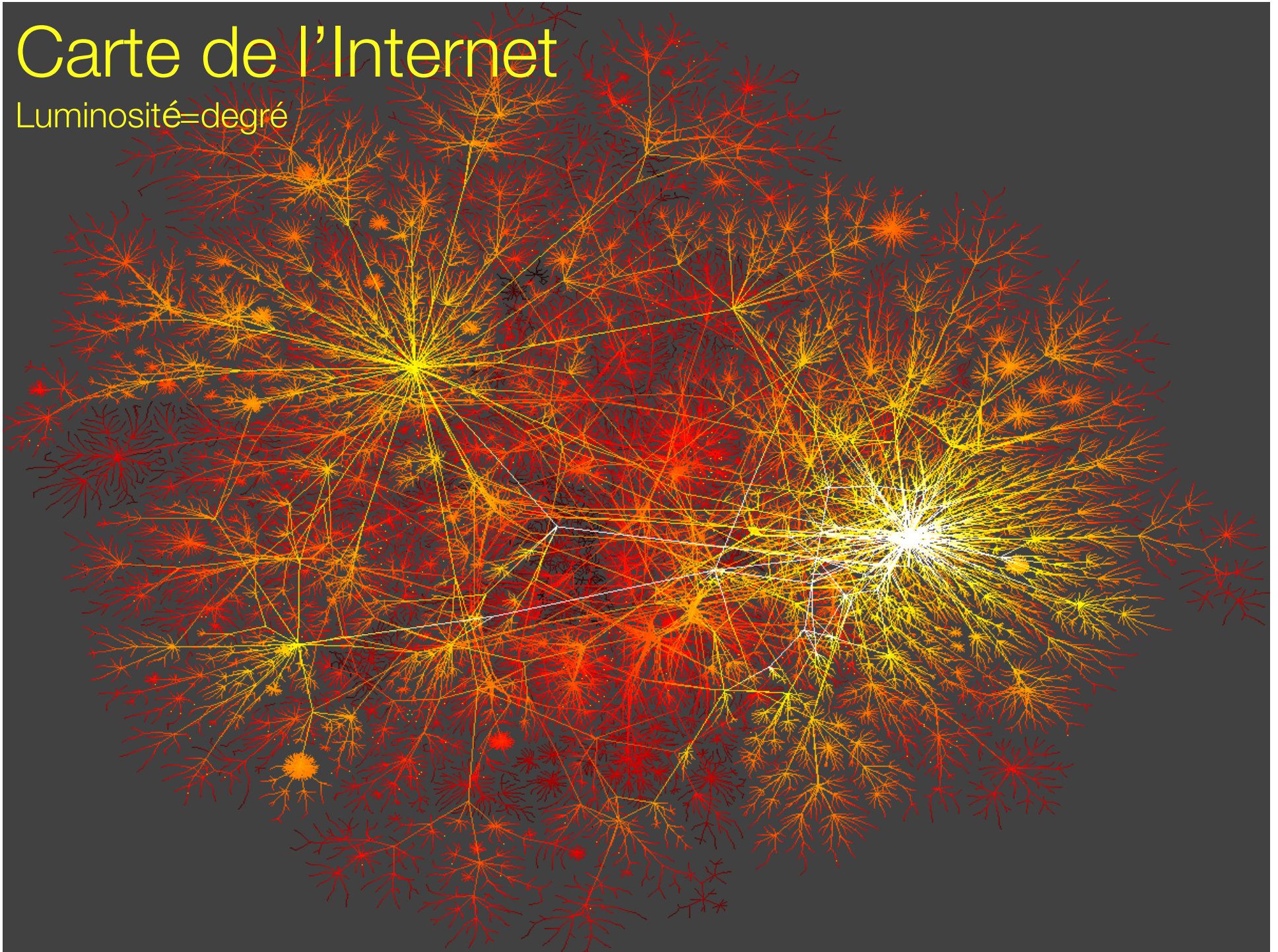
Liens: cables

Visualisation à grande échelle



Carte de l'Internet

Luminosité=degré



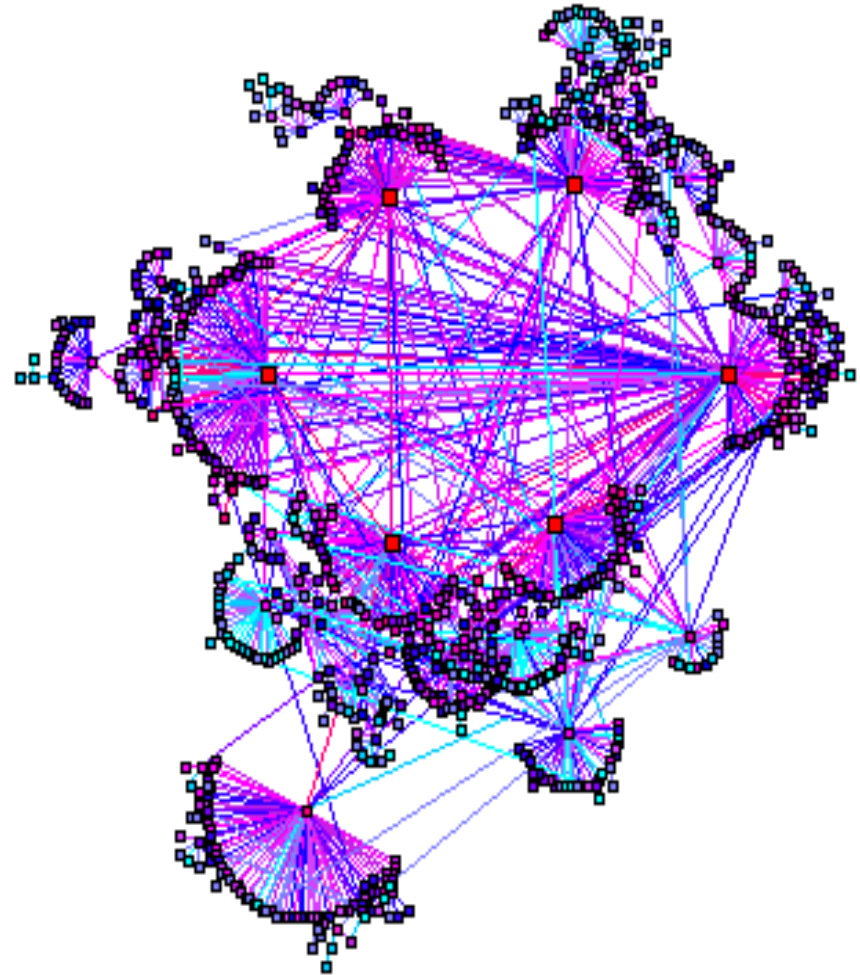
WWW: World Wide Web

Réseau virtuel permettant de trouver et de partager des informations

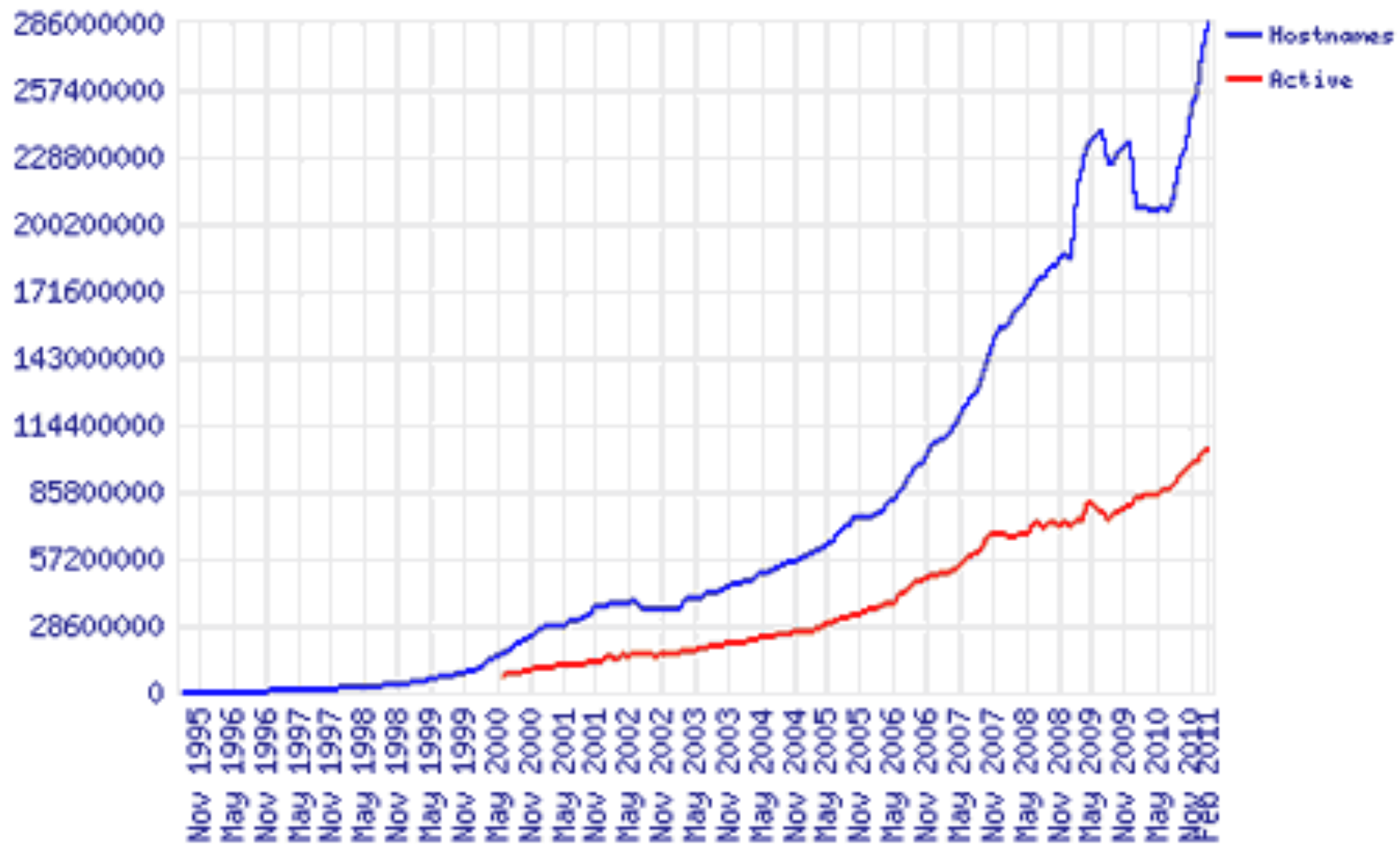
ROBOT: collecte toutes les URL trouvées dans un document et les suit récursivement

Plusieurs milliards de documents

Noeuds: documents et sites
Liens: hyperliens (URL)



Total Sites Across All Domains August 1995 - February 2011



Courbe: <http://www.webdevelopersnotes.com/>

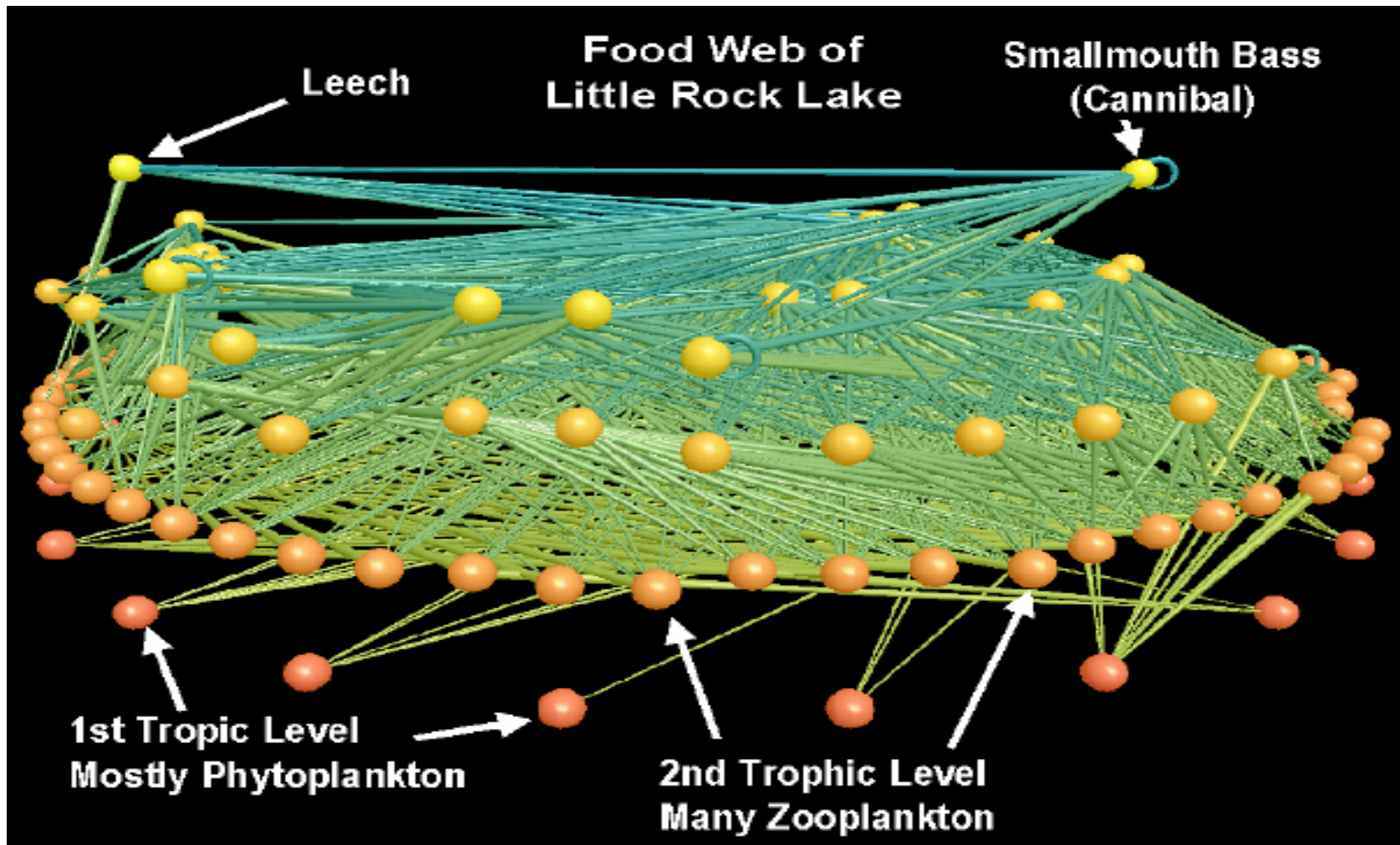
Réseaux en biologie

- Extraire de l'information utile à partir de la masse croissante de données (génomique, etc.)
- Au niveau des espèces: stabilité des écosystèmes, biodiversité, ...

Réseaux trophiques (food webs)

Noeuds: especes

Liens: se nourrit de

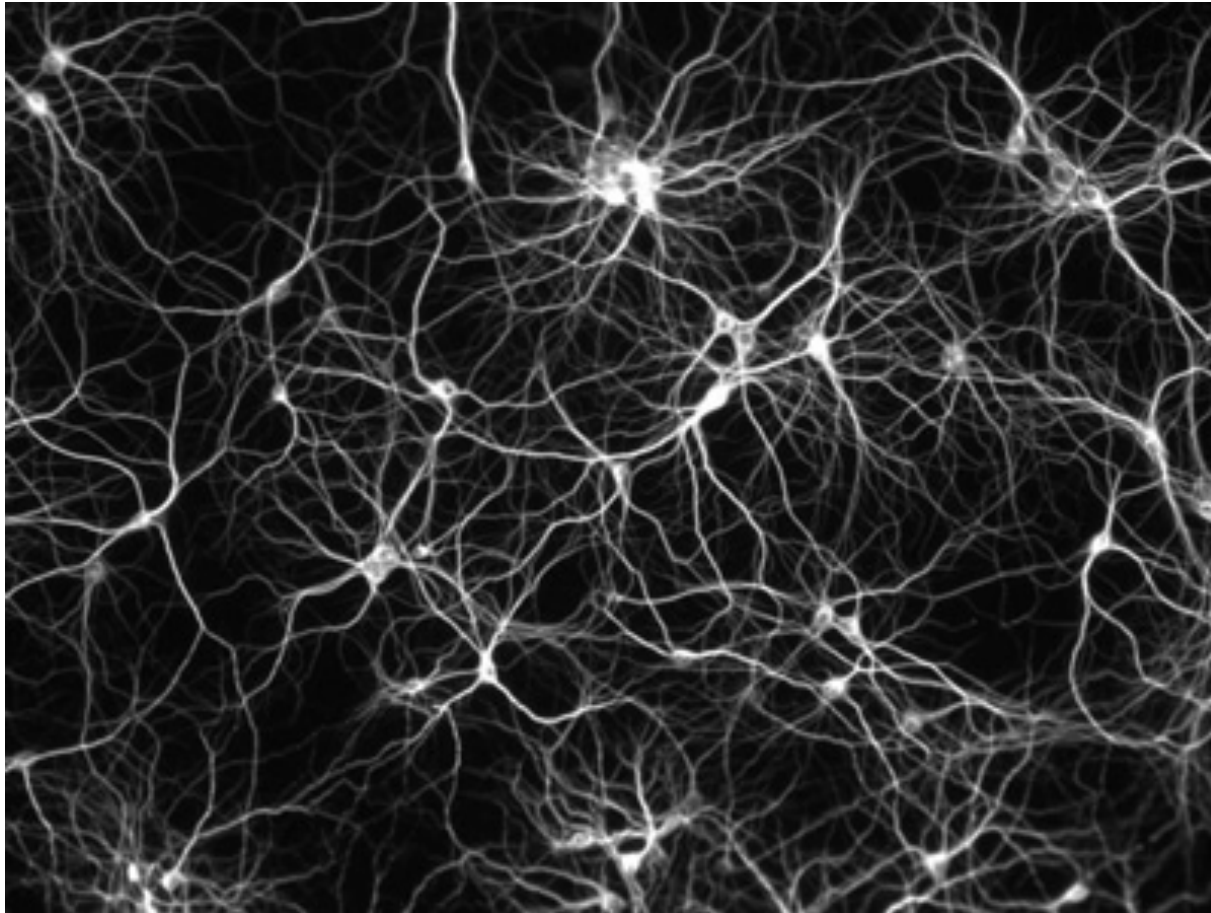


N. Martinez

Réseau neuronal

Noeuds: neurones

Liens: axones

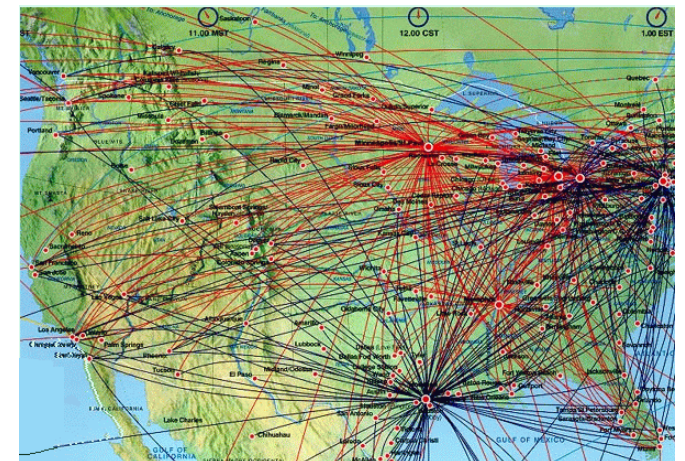
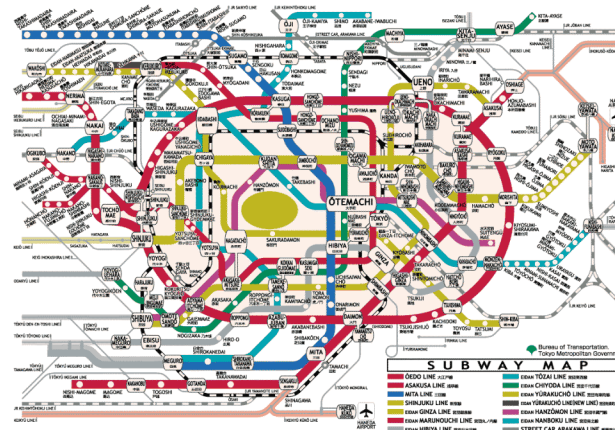
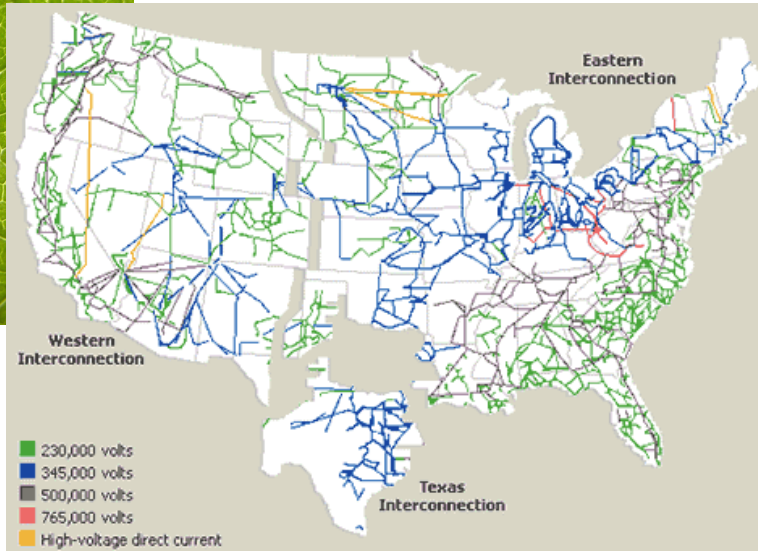
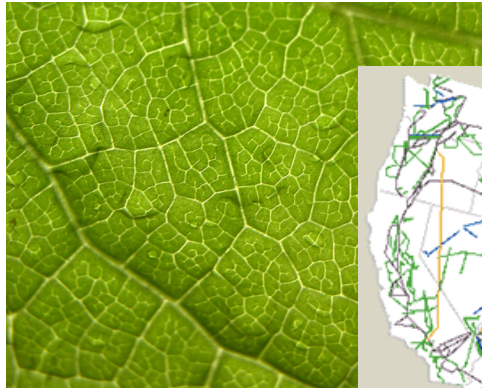


Réseaux de transport

Transport d'énergie, de biens et d'individus

- congestion
- optimisation
- propagation d'épidémies
- formation des villes (économie spatiale)

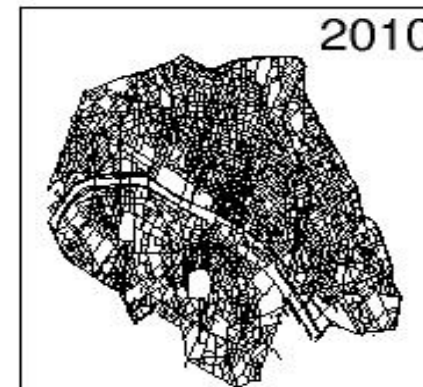
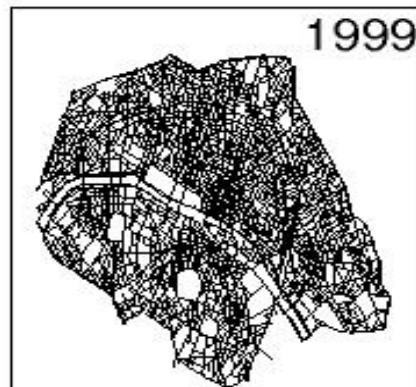
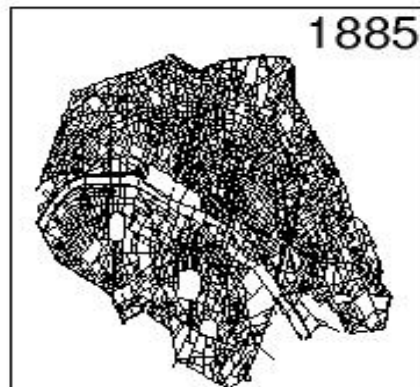
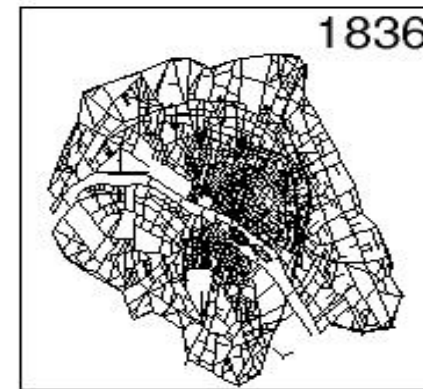
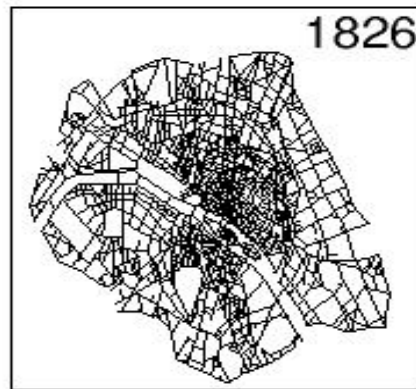
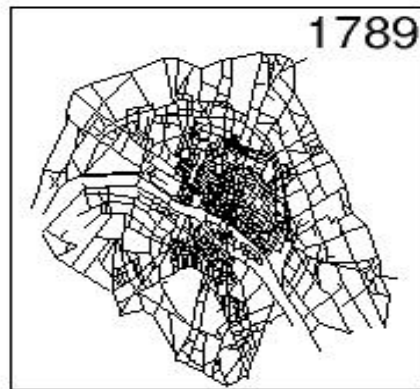
Réseaux de transport



Réseaux des routes

Noeuds: intersections

Liens: segments de route



Evolution de ce réseau -> evolution des villes

Barthelemy et al, Nature Scientific Reports (2013)

Comment caractériser un grand graphe ?

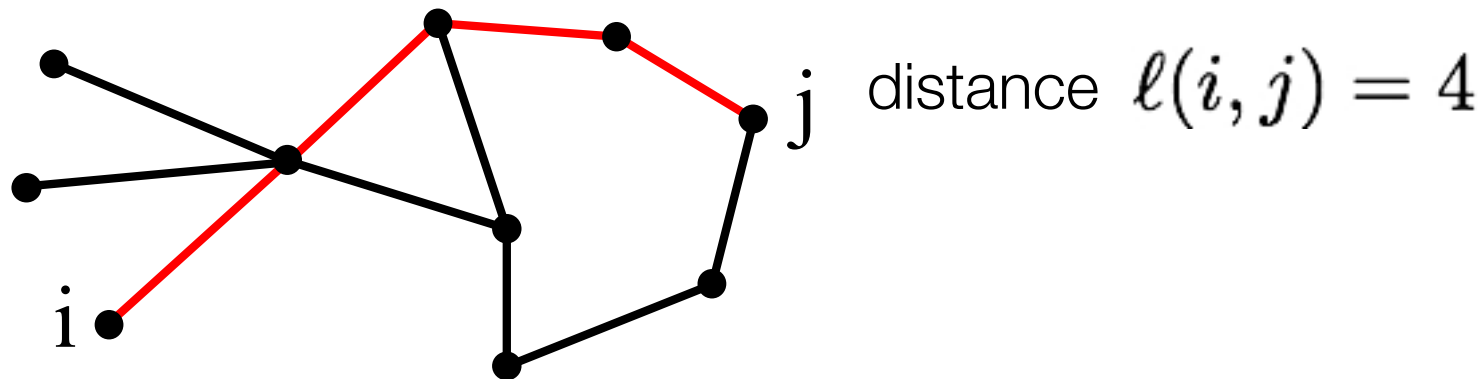
1. Distance moyenne
2. Distribution des degrés

Caractérisation des grands graphes

- Est nécessairement statistique
- Sert à modéliser
- Sert à comprendre les processus dynamiques sur ces réseaux

Plus court chemin sur un graphe

Le plus court chemin entre i et j : chemin avec un nombre minimum de liens

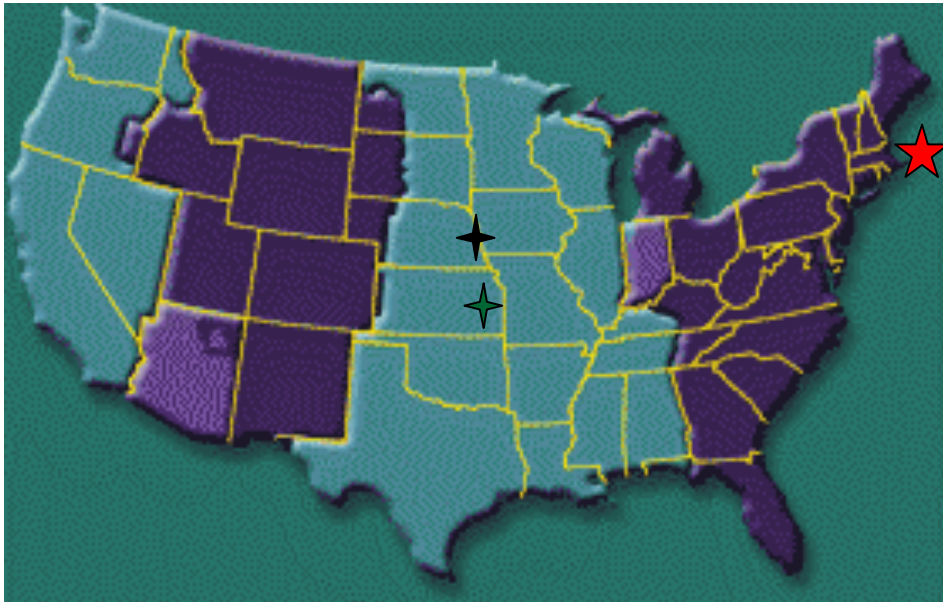


Diamètre d'un graphe: $\max \ell(i, j)$

Plus court chemin moyen: ℓ

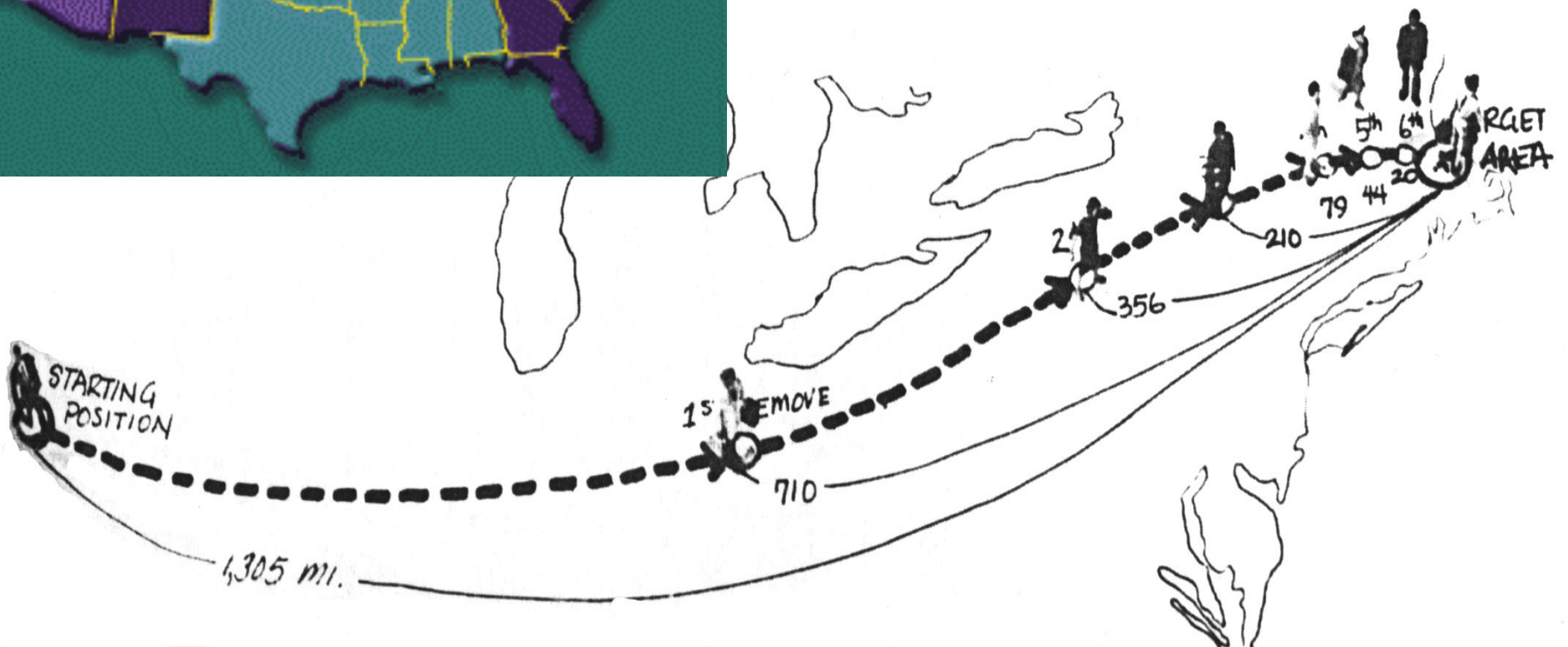
Comment ℓ varie avec le nombre de noeuds N ?

Réseaux sociaux: l'expérience de Milgram (1967)



Milgram, *Psych Today* **2**, 60 (1967)

Dodds et al., *Science* **301**, 827 (2003)



Les petit-mondes: Milgram (1967)

- Plus court chemin moyen aux USA:

$$l \approx 6$$

‘Six degrees of separation’

Les petit-mondes: Milgram (1967)

- Plus généralement:

$$\ell \sim \log N$$

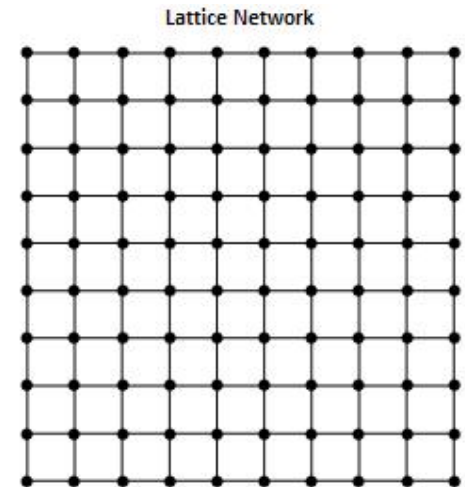
= 'Petit-monde' (Small-World)

Cette propriété s'avère vraie pour de nombreux réseaux

Exemple: Si $N=1$ million

- petit-monde: $\ell \approx 6$

- réseau régulier: $\ell \sim 1000$



Comportement de ℓ avec N permet de décrire le réseau

Les petit-mondes: Milgram (1967) Watts-Strogatz (1998)

Importance des liens à longue portée

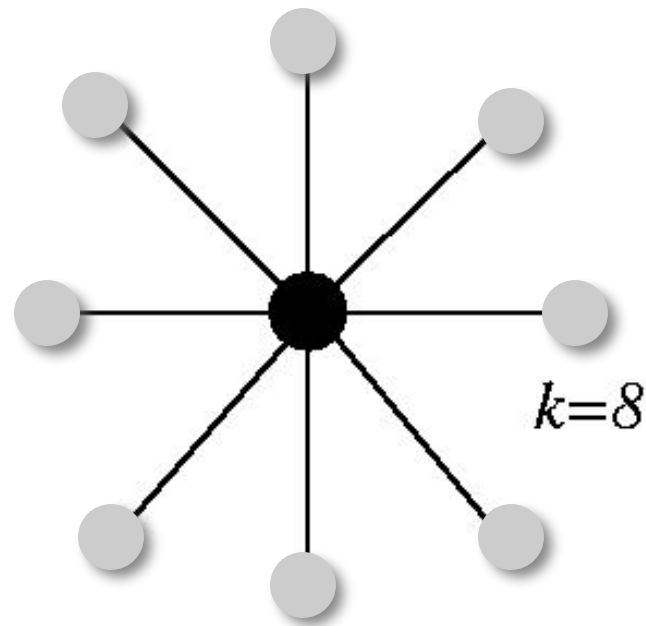


Comment caractériser un grand graphe ?

1. Distance moyenne
- 2. Distribution des degrés**

Degré d'un noeud

Combien d'amis avez-vous ?



$k \gg 1$: Hubs

Caractérisation statistique

- Liste des degrés k_1, k_2, \dots, k_N ← Pas très utile!
- Degré moyen $\langle k \rangle$ ← Pas suffisant!
- Histogramme:
 N_k = nombre de noeuds de degré k
- Distribution:
 $P(k) = N_k / N$ = probabilité qu'un noeud choisi au hasard a un degré égal à k

La 'queue' de la distribution (k très grand) est importante: elle nous renseigne sur l'abondance de hubs:

$$P(k) \sim ? \text{ pour } k \gg 1$$

2 grandes familles de grands réseaux

$P(k)$ pour k grand (abondance des hubs):

1er cas: $P(k \gg 1)$ est “très petit”:

- les fluctuations de degré sont faibles
- tous les noeuds ont un degré pas trop éloigné du degré moyen

2nd cas: $P(k)$ décroît “lentement” pour k grand: réseaux “sans-échelle”

Ces réseaux:

- possèdent donc une grande diversité de noeuds
- les fluctuations sont énormes; la moyenne n’a pas de sens
- plusieurs échelles
- résultent de phénomènes auto-organisés
- évoluent constamment
- résistent aux attaques...

...et peuvent donc être qualifiés de ‘complexes’

Les réseaux sans-échelle sont partout !

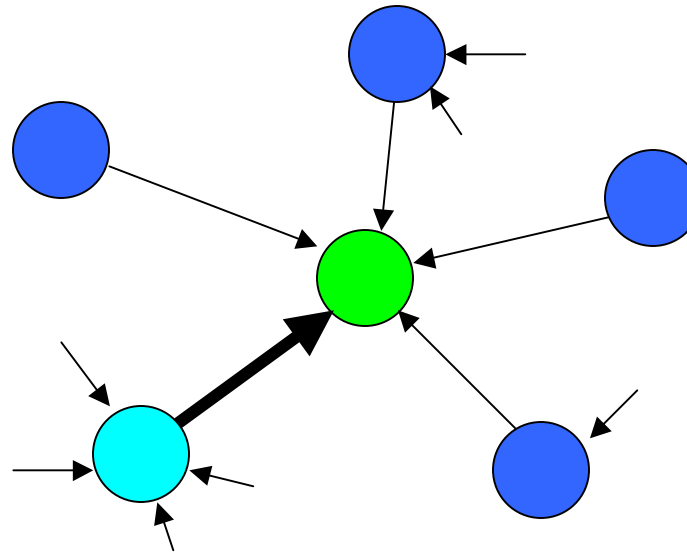
- Jusqu'en 1999 on pensait que les réseaux étaient à faible fluctuation de degré
- Internet, WWW, Acteurs, réseaux sociaux, citations, appels téléphoniques, etc. sont des réseaux sans-échelle !

Applications/illustrations

1. Google
2. Propagation d'épidémies
3. Propagation de pandémies

Google (principe)

- Le web est une vaste mer d'informations: il faut des moteurs de recherche
- Pour une thématique donnée (un mot-clé) on veut classer les sites selon leur pertinence
- Les anciens moteurs classaient les sites selon leur densité de mot-clés
- Larry Page et Sergey Brin ont proposé une autre classification basée sur la topologie du web: [PageRank](#) mesure le nombre de liens entrant sur un site
- Un lien venant d'un site important compte plus

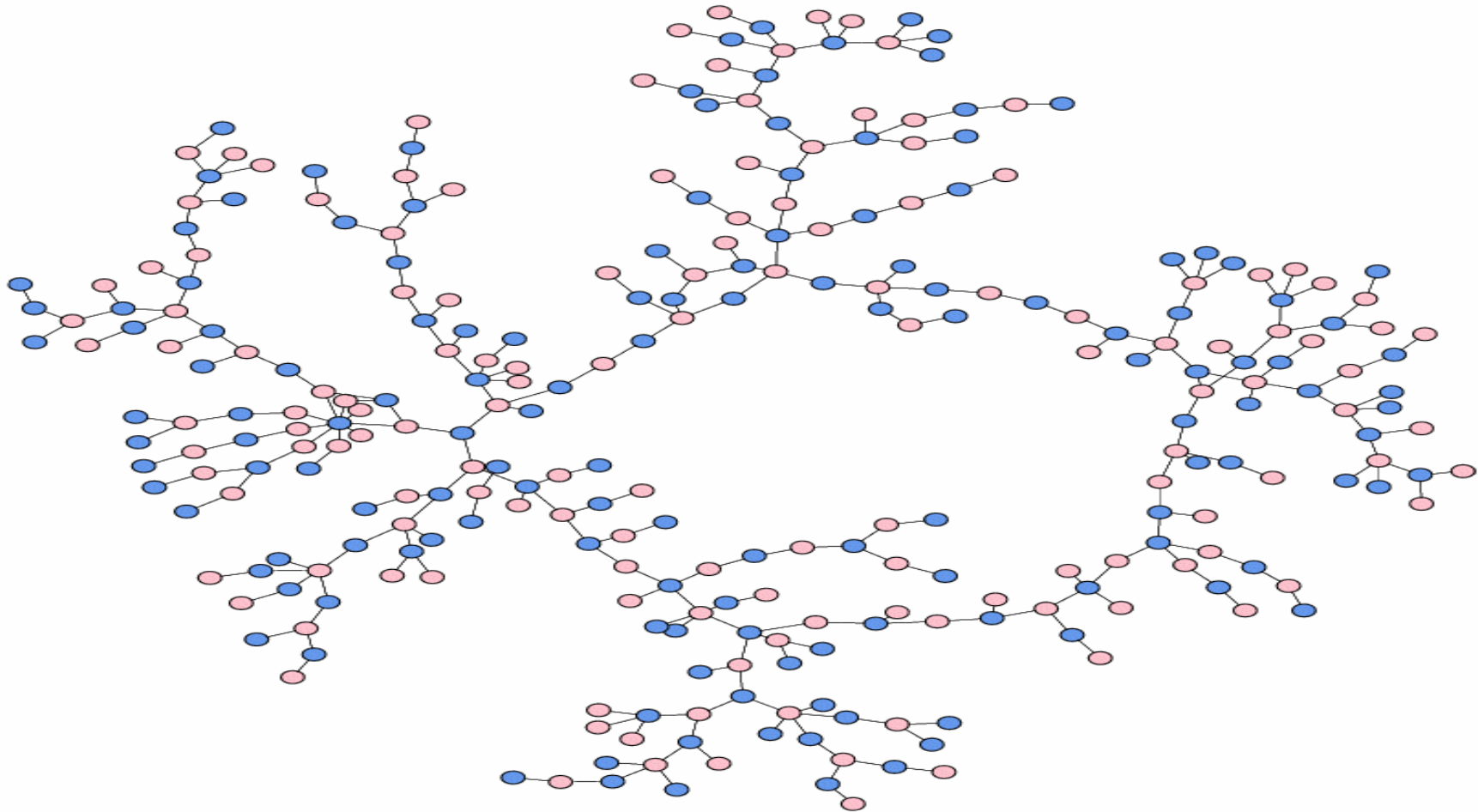


Propagation d'épidémie dans un réseau de contact

- noeuds: individus
- lien: possibilité de transmettre un virus

Réseaux et épidémiologie

High School dating
www.umich.edu/~mejn

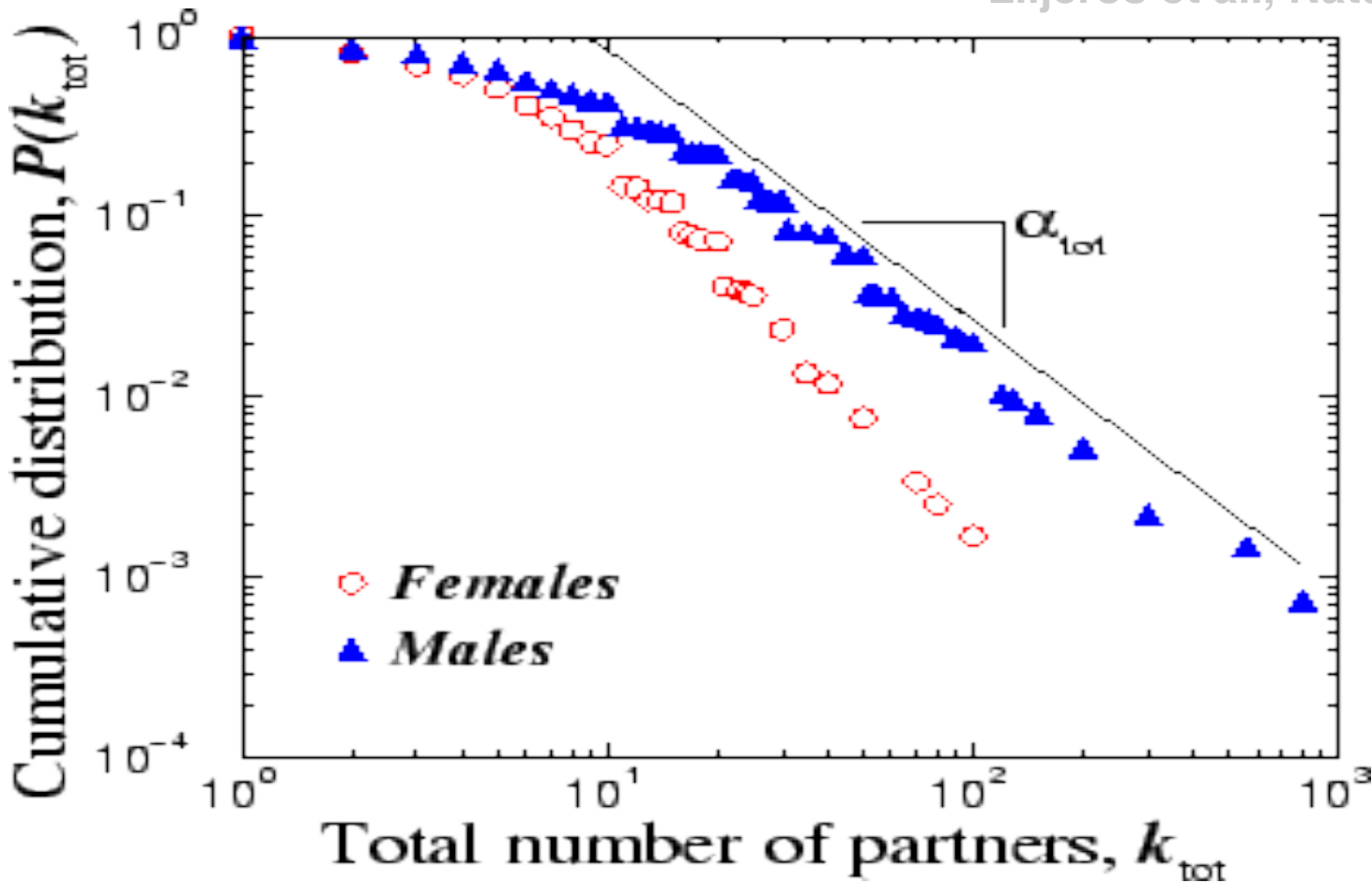


Noeuds: filles et garçons

Liens: flirt

Le réseau des contacts sexuels

Liljeros et al., Nature (2001)



De nombreux réseaux de contact sont sans-échelle !

Réseaux de contact sans-échelle: conséquences (mauvaises nouvelles)

- D'autant plus facile que le réseau est hétérogène: une maladie même faiblement contagieuse peut se propager
- D'autant plus rapide que le réseau est hétérogène
- Cascade de propagation:

“graine” → hubs → intermédiaires → petits degrés

Réseau de contact sans-échelle: quelle stratégie de vaccination ?

- Stratégie uniforme
 - Il faut vacciner une très grande proportion d'individus pour être efficace
 - Il faut trouver les hubs !
- Vaccination des 'connaissances': Par définition un hub a beaucoup de connexions
 - (i) prendre une personne au hasard
 - (ii) lui demander le nom d'une connaissance
 - (iii) vacciner cette tierce personne (!)

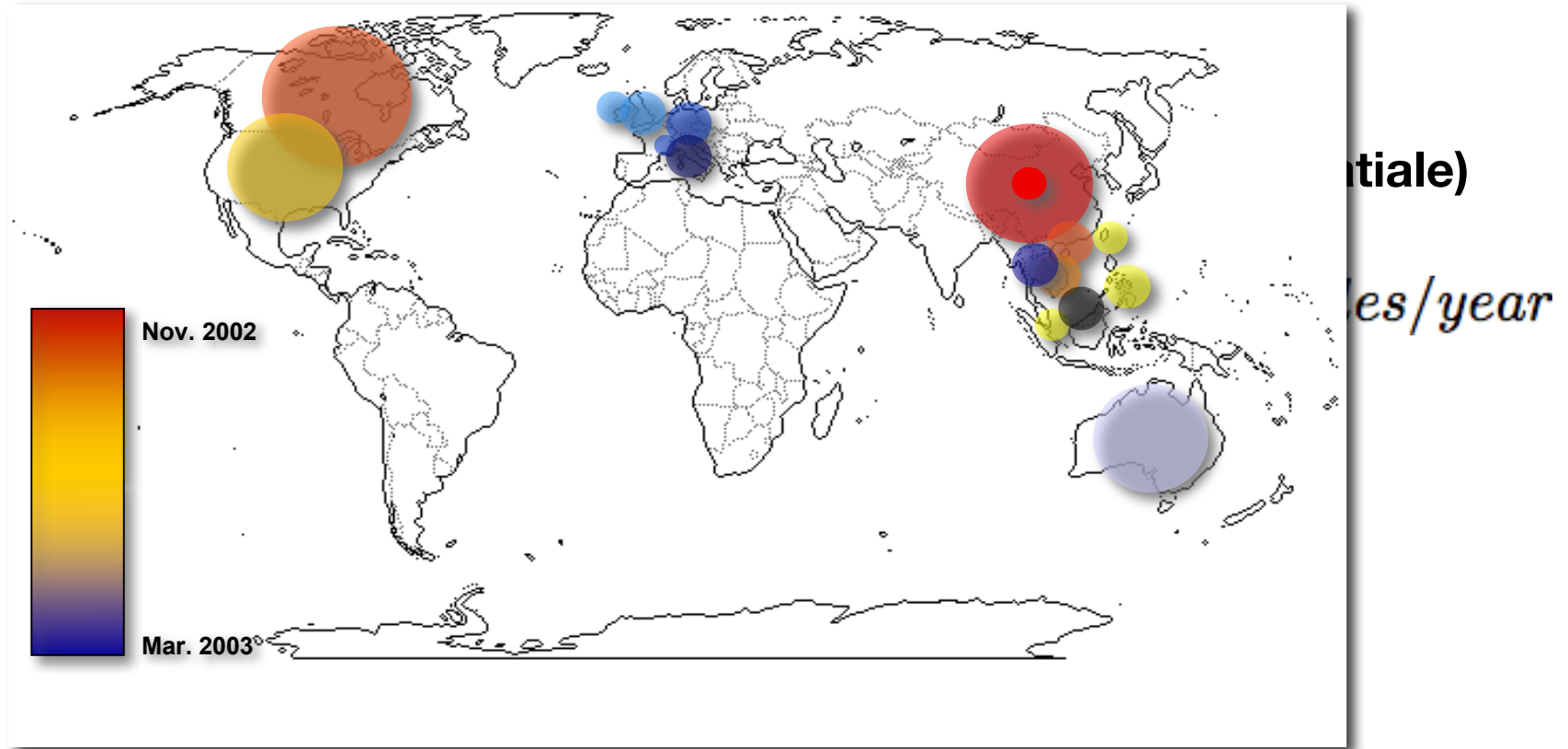
Propagation de pandémies

Autre échelle:

- noeuds: zones urbaines
- liens: existence de vols directs

Epidémiologie: passé et présent

- Mouvements humains et propagation de maladies infectieuses



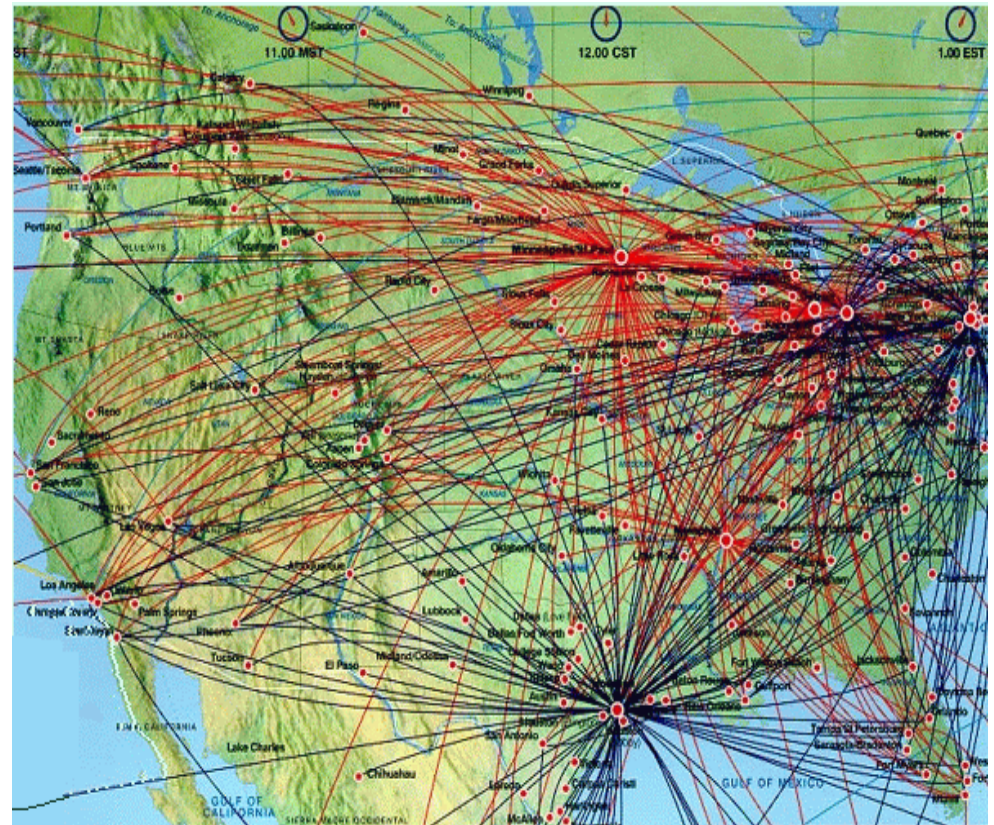
- Maintenant: Importance des réseaux

Réseau mondial des aéroports

Noeuds: aéroports

Liens: vols directs

- Noeuds: 3863 aéroports
- Liens: 18807 connexions
- Poids $w_{ji}=w_{ij}$: # de fauteuils passagers



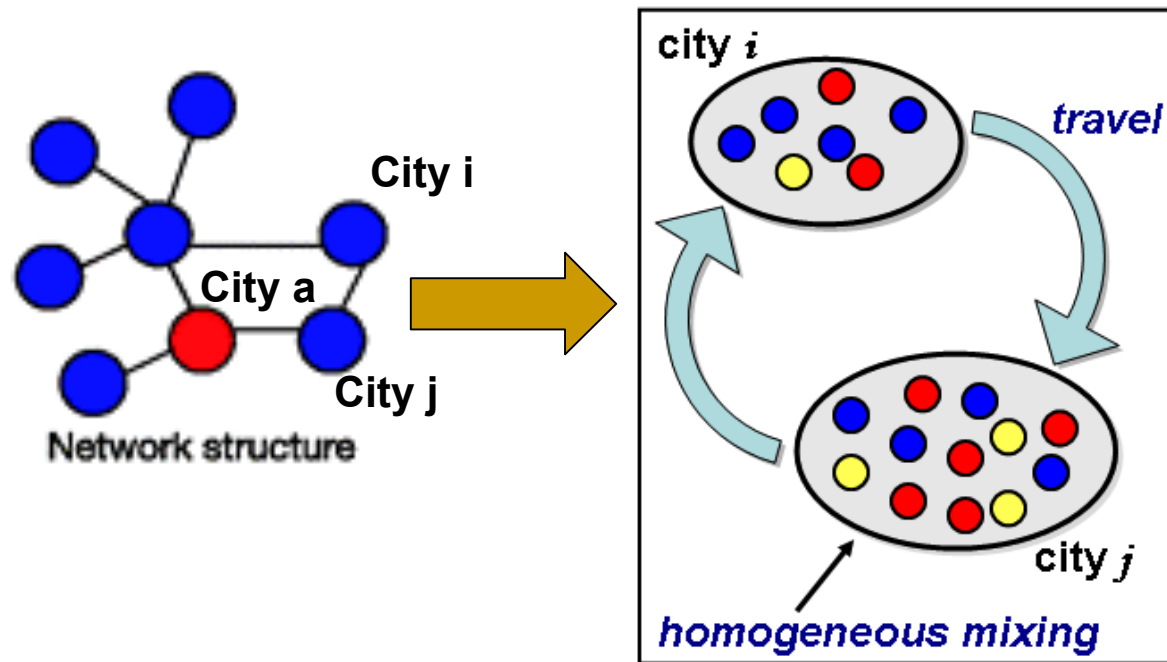
C'est un réseau sans-échelle avec différents niveaux d'hétérogénéités:

(i) degrés, (ii) populations, (iii) nombre de passagers

Modèle de metapopulation

Chaque noeud: zone urbaine avec une structure interne
Liens: transport/trafic

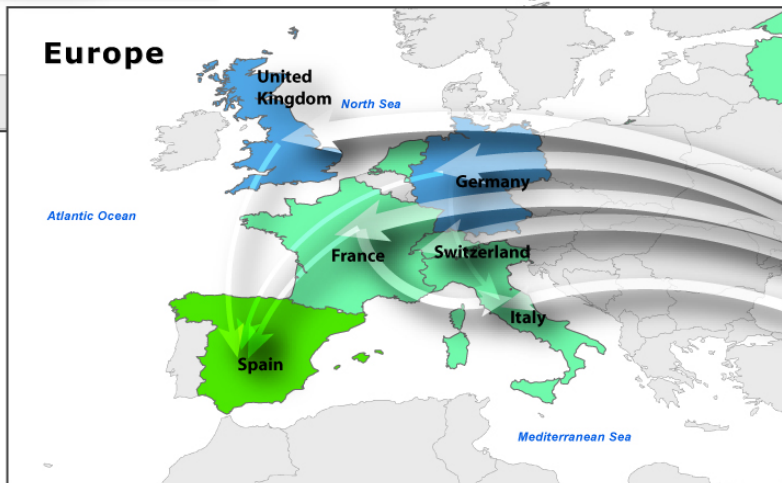
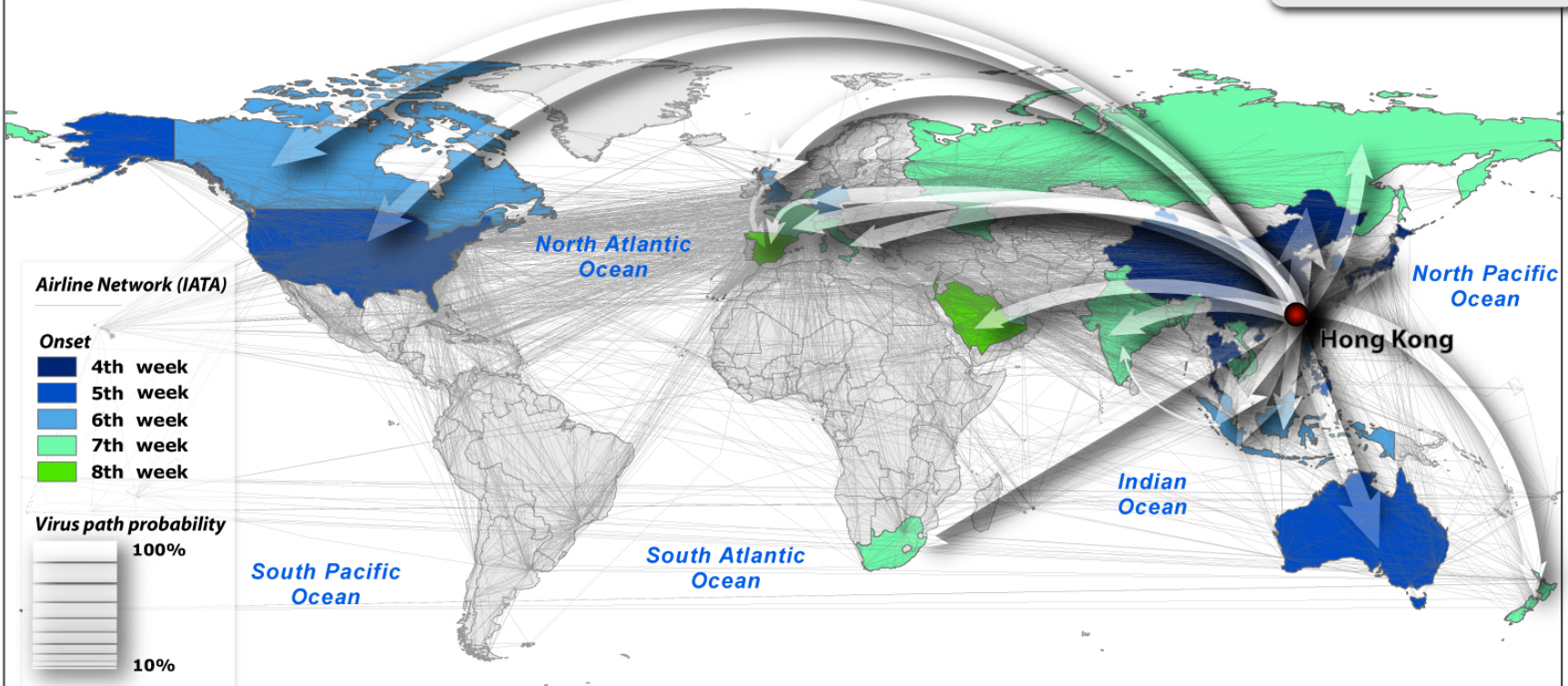
A l'échelle mondiale, on considère le réseau des aéroports



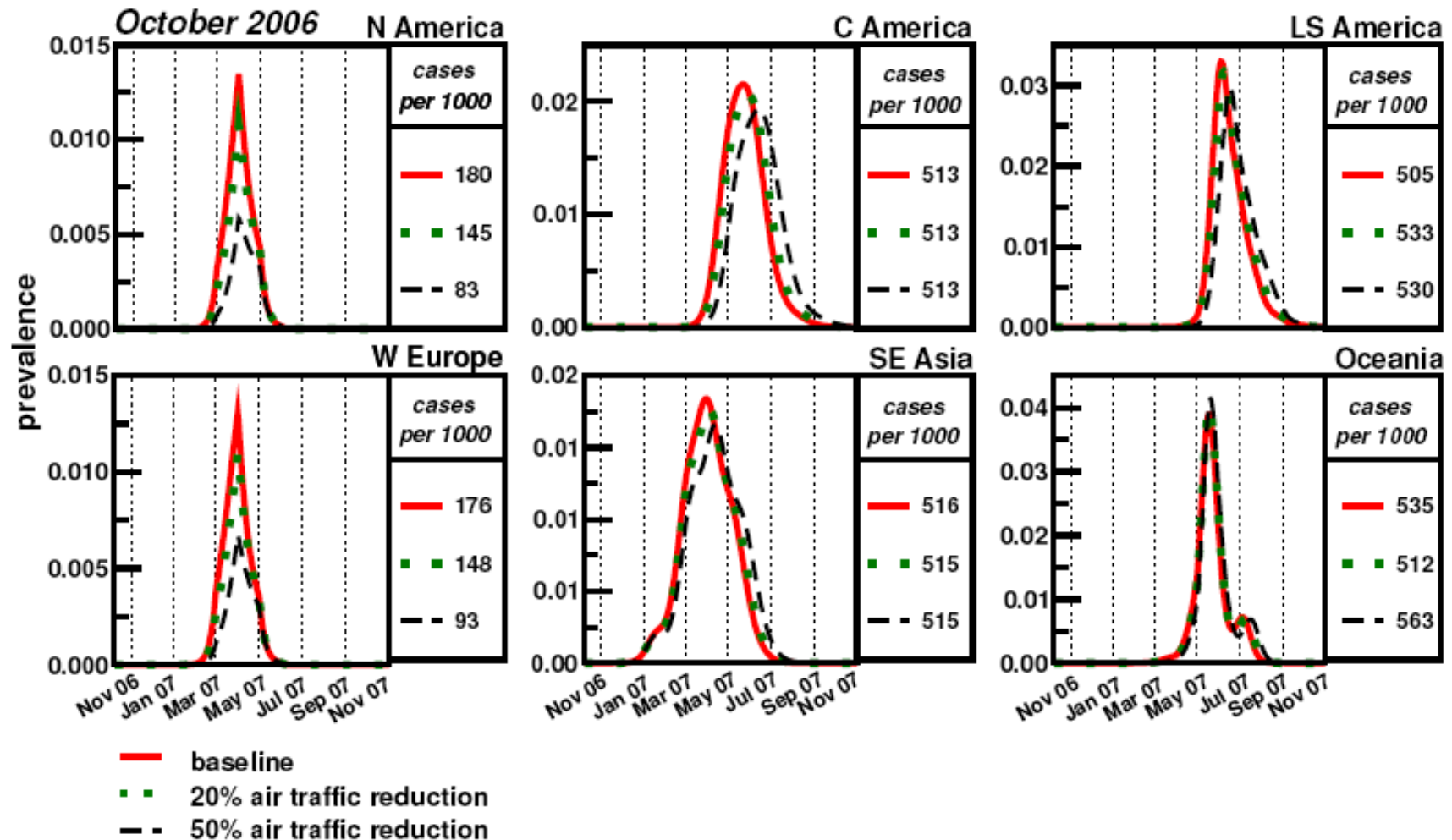
SARS - Epidemic Pathways

Vittoria Colizza
vcolizza@isi.it

Indiana University School of
informatics



Restrictions de voyage...



Colizza, Barrat, Barthelemy, Valleron, Vespignani. *PLoS Medicine* (2007)

Marathon des Sciences 2013

Conclusions et perspectives

- Les grands réseaux se classent en deux grandes familles
 - 1. Les réseaux avec faibles fluctuations de degré
 - 2. Les réseaux à forte fluctuation: les réseaux sans-échelle
- Les réseaux sans-échelle sont courants
- Pour ces réseaux il y a beaucoup de hubs. Leur présence impacte les processus dynamiques sur ces réseaux (épidémies, moteur de recherche etc)-les différences entre les deux familles sont **qualitatives**.

Merci pour votre attention.

`marc.barthelemy@cea.fr`
`www.quanturb.com`