Brèves remarques sur l'histoire des théories de l'arc-en-ciel

**1) Les Météores cartésiens : le concept de rayons efficaces**

Dans son discours huitième des *Météores*, Descartes s'engage dans une étude expérimentale. Il reprend les expériences classiques de la « grande fiole de verre toute ronde et fort transparente » remplie d'eau et traversée par un rayon de lumière solaire. Il est rapidement amené à conclure que l'arc-en-ciel est un phénomène de révolution autour d'un axe passant par le soleil et l'observateur. Puis, poursuivant ses observations, il établit que le premier arc engendré par « des rayons qui parviennent à l'œil après deux réfractions et une réflexion », et le deuxième « par d'autres rayons qui n'y parviennent qu'après deux réfractions et deux réflexions ». Mais cet ensemble de résultats ne nous fournit qu'un cadre général. Celui-ci est incapable d'expliquer véritablement l'accroissement de luminosité correspondant à la présence d'un ou plusieurs arcs dans le cial : « Mais la principale difficulté restait encore, qui était de savoir pourquoi, y ayant plusieurs autres rayons qui, après deux réfractions et une ou deux réflexions, peuvent tendre vers l'œil quand cette boule est en autre situation, il n'y a toutefois que ceux dont j'ai parlé, qui fassent paraître quelques couleurs ».

Au cours de son étude, Descartes va introduire de façon implicite la notion de rayons efficaces. Il ne parviendra pas pour autant à une solution quantitative de la genèse des couleurs. Descartes analyse comme il le dit « par le menu », sur la base de la loi des sinus, tous les rayons qui traversent une goutte. Il réalise, dans le cas du premier arc, deux tableaux de valeur. Ceux-ci expriment les angles de réflexion et de réfraction correspondant aux rayons nous parvenant après avoir traversé une goutte. Il remarque alors fort judicieusement que l'angle compris entre les rayons du soleil et ceux émergeant de la goutte (ouverture de l'arc), après deux réfractions et une réflexion, possède une valeur maximum entre 41 et 42 degrés. Descartes note qu'en fait l'angle croît d'abord de 0 degré à 41 degrés 30 minutes, puis décroît rapidement jusqu'à 13 degrés 40 minutes dans le cas d'un rayon tangent. Or nous savons qu'une grandeur au voisinage de ses *extrema* varie très peu. Par conséquent, il y a vers 41 degrés 30 minutes une concentration ou un bouquet de rayons. Ceux-ci émergent à peu près parallèles les uns aux autres. Ainsi, du fait de leur accumulation, ils envoient plus de lumière suivant leur direction (ce sont les rayons efficaces) : « J'ai trouvé qu'après une réflexion et deux rétractons, il y en a beaucoup plus qui peuvent être vus (les rayons) sous l'angle de 41 à 42 degrés, que sous aucun moindre ; et qu'il n'y en a aucun qui puisse être vu sous un plus grand ». Descartes effectue dans le cas du deuxième arc un raisonnement tout à fait analogue. La valeur de l'angle compris entre les rayons du soleil et ceux provenant de la goutte passe alors par un minimum vers 51 degrés 54 minutes. Par conséquent, comme précédemment, il y aura autour de cet angle une accumulation ou un bouquet de rayons possédant à peu près la même direction.

Malheureusement, la théorie cartésienne des couleurs s'inspire, en leur donnant une traduction en termes mécaniques, des conceptions aristotéliciennes. Descartes considère que la diversité des sensations colorées est engendrée par les diverses tendances à la rotation des boules du deuxième élément (lié à la transmission de la lumière) agissant sur l'organe de la vue. Ces diverses tendances restent assujetties à des données subjectives de force et de faiblesse se rapportant à l'éclat des couleurs. Ainsi, en dehors de toutes mesures, les boules ayant la plus grande tendance à la rotation engendrent une sensation de rouge et celles ayant la moindre, une sensation de bleu. E toute évidence, Descartes est loi d'avoir fourni une explication quantitative de la genèse des couleurs susceptible de s'appliquer au phénomène de l'arc-en-ciel. En particulier, il méconnaît presque totalement la largeur des deux arcs et ne sait pas fixer avec précision la position de chacune des couleurs à l'intérieur de ces derniers. Néanmoins, son introduction implicite de la notion de rayons efficaces constitue un progrès considérable. On comprend bien maintenant pourquoi un ou deux arcs plus lumineux opposés au soleil doivent paraître. Par contre, on ne voit pas pourquoi ceux-ci doivent être colorés en telles ou telles positions.

**2) Une théorie quantitative de la genèse des couleurs**

Newton, prolongeant les travaux d'inspiration corpuscularisté de Robert Boyle et de Walter Charleton, parvient dès 1666 à l'énoncé de sa thèse fondamentale : la lumière blanche est un mélange hétérogène de rayons différemment réfrangibles. Ce n'est qu'en 1672, dans une lettre adressée à Oldenburg, qu'il livre effectivement l'ensemble de sa théorie. A chaque couleur correspond un certain degré de réfrangibilité. Ainsi s'instaure entre la réfrangibilité et la couleur une relation biunivoque. Par conséquent, corrélativement à leurs différences dans leurs degrés de réfrangibilité, les rayons diffèrent « dans leur disposition à présenter telle ou telle couleur particulière ». Il établit ensuite que la couleur ou le degré de réfrangibilité d'un rayon donné sont inaltérables, soit par réfraction, soit par réflexion. Il n'en reste pas moins que des « transmutations apparentes de couleurs peuvent se produire là où s'opère tout mélange de rayons de diverses natures ». en fait, il y a deux sortes de couleurs : « les couleurs simples et primitives, d'une part, leurs mélanges, d'autre part ». Les couleurs primitives ou primaires étant : « le rouge, le jaune, le vert, le bleu, un violet pourpre, avec aussi l'orange, l'indigo et une variété indéfinie de nuances intermédiaires ».

L'apparition de telle ou telle couleur, à l'occasion par exemple d'une réfraction, se trouve liée maintenant directement au concept de réfrangibilité spécifique. Or, ce concept est quantitativement exprimable ; il correspond à une grandeur mesurable : il est possible, sur la base d'une procédure expérimentale déterminée, d'associer à chaque radiation un nombre caractérisant sa réfrangibilité. Il devient alors aisé d'instaurer un ordre sériel permettant de construire une échelle objective et quantitative des couleurs. Ce résultat capital ouvre la voie à la constitution d'une théorie mathématique de l'arc-en-ciel.

### 3) La mathématisation du phénomène de l'arc-en-ciel

Newton présente sa théorie de l'arc-en-ciel dans ses cours d'Optique des années 1669-1672 à Cambridge. Il la publie pour la première fois de façon concise, en 1704, dans son célèbre *Traité d'Optique*.

Nous savons depuis Descartes que l'apparition des arcs correspond à une situation d'*extrema* dans le trajet des rayons. Aussi Newton s'engage-t-il dans un délicat calcul de géométrie infinitésimale visant à déterminer les caractéristiques géométriques associées au trajet des rayons efficaces. Il parvient à l'expression de la valeur limite de l'angle d'incidence correspondant à l'ouverture du premier arc-en-ciel, valeur qui dépend de l'indice de réfraction du milieu n. Il apparaît immédiatement que l'expression de cette valeur limite dépend, par l'intermédiaire de n, de la réfrangibilité de chaque couleur : « Que les rayons qui diffèrent en réfrangibilité auront des angles d'émergence différemment limités ; que, par conséquent, selon leurs différents degrés de réfrangibilité, ils sortiront plus abondamment en différents angles, et qu'étant séparés les uns des autres, ils paraîtront chacun dans leur propre couleur ».

Chaque couleur ayant un degré donné de réfrangibilité correspond donc à un ensemble précis de rayons efficaces engendrant pour l'observateur un arc de telle ou telle couleur. Il est donc aisé maintenant, sur la base de la valeur de cos i de calculer les positions respectives de chacune des couleurs provenant des gouttes différentes, dans le cas du premier arc. Pour les arcs d'ordre supérieur, l'ensemble des raisonnements est très similaire à ceux concernant le premier. Newton parvient en fait à l'expression générale de la valeur limite du cosinus de l'angle d'incidence correspondant aux ouvertures des divers arcs. De même, la largeur des arcs colorés devient l'objet d'une détermination quantitative précise tenant compte du diamètre apparent du soleil : « Voilà quelles seraient les mesures de ces arcs, si le soleil n'était qu'un point : mais en vertu de la largeur de son globe, la largeur des arcs augmentera ; et leur distance diminuera de la moitié d'un degré. Ainsi, la largeur de l'iris intérieur sera de 2 degrés 15′ ; celle de l'extérieur, de 3 degrés 40′ ; leur distance entre eux, de 8 degrés 25′ ; le plus grand demi-diamètre de l'iris intérieur, de 42 degrés 17′ ; et le plus petit de l'extérieur, de 50 degrés 42′ ». Il s'agit bien, avec l'œuvre de Newton, d'une théorie mathématique de la genèse de l'arc-en-ciel.

**4) Une reconstruction rationnelle**

Si la corrélation entre le degré de réfrangibilité et la couleur joue un rôle décisif dans la mathématisation du phénomène de l'arc-en-ciel, il ne faut pas pour autant trop simplifier la situation. Cette corrélation n'acquiert véritablement sa valeur et sa force explicative qu'au moment où elle se trouve insérée dans la construction du modèle mathématique dont elle se trouve insérée dans la construction du modèle mathématique dont l'objet est de représenter le trajet des rayons lumineux. La mise en place d'un tel modèle s'appuyant sur les méthodes de la géométrie infinitésimale, utilise des principes et des concepts : réflexion, réfraction, propagation rectiligne… Leur combinaison, par l'intermédiaire des diverses lois, permet une description du phénomène en termes mathématiques. Il s'agit d'une véritable reconstruction ou d'une genèse rationnelle prenant son assise dans un langage quantitatif. La force de cette reconstruction rationnelle du phénomène est particulièrement sensible dans le cas des arcs d'ordre supérieur dont la présence jusqu'à Newton est incertaine, voire niée. Car, ce n'est qu'à l'issue du calcul, du développement de la théorie, que leur existence devient véritablement possible. Aussi, l'observateur, informé par son propre modèle, pourra tourner les yeux dans les directions convenables et attendre les moments propices.

Sous cet aspect, il apparaît clairement que le problème physique de la genèse de l'arc-en-ciel a été transformé sur la base de concepts et de principes quantitativement exprimables en un problème mathématique. Ce dernier conduit alors à une solution pouvant être confrontée à l'observation.

**5) Le développement du modèle mathématique : l'explication des arcs surnuméraires**

La théorie newtonienne de l'arc-en-ciel permet donc de rendre compte quantitativement de la position et de l'amplitude des deux arcs principaux, de la bande d'Alexandre les séparant ainsi que des arcs d'ordre supérieur. Mais une observation attentive des arcs principaux révèle l'existence d'autres phénomènes : les arcs surnuméraires (ou supplémentaires).

Dès les années 1720, les scientifiques reconnaissent véritablement que les arcs principaux sont souvent accompagnés d'arcs surnuméraires. Ceux-ci apparaissent à l'intérieur du premier arc et à l'extérieur du second, c'est-à-dire toujours du côté du violet, à l'intérieur des zones lumineuses. Leur visibilité, leur éclat angulaire, leur coloration et leur aspect sont extrêmement variables. Par ailleurs, leur intensité décroît globalement très lentement à partir des arcs principaux. Ils constituent donc un phénomène que la théorie newtonienne, sous la forme classique analysée précédemment, ne peut pas laisser prévoir et qu'elle est incapable d'expliquer. Aussi le XVIII^e siècle, nourri de newtonianisme et de théories corpusculaires de la lumière reste, pour l'essentiel, très flou sur ce problème. Néanmoins, Pemberton, dans les *Philosophical Transactions* de 1723 compare de façon très pertinente ces arcs surnuméraires aux anneaux de Newton.

C'est à Thomas Young (1773-1829) et aux concepts de l'optique ondulatoire que nous devons la première explication cohérente de ces phénomènes. En 1803, Thomas Young, qui vient de montrer que la lumière est susceptible d'interférer, imagine que l'existence des arcs surnuméraires est liée à l'interférence des rayons efficaces. En effet, deux rayons parallèles atteignant une goutte d'eau dans la zone des rayons efficaces émergent pratiquement parallèles, mais après avoir parcouru des chemins optiques différents tant dans l'air que dans l'eau. Des interférences seront donc observables donnant naissance, non pas à un simple arc principal, mais à toute une série d'arcs colorés comme dans le cas des anneaux de Newton. Un nouveau facteur entre maintenant en jeu : le chemin optique et, par voie de conséquence, la taille des gouttes. Cette théorie constitue une nouvelle étape par rapport à la théorie newtonienne. Malheureusement, elle explique mal la bande d'Alexandre, et Young est incapable de construire un véritable modèle mathématique quantitatif. Il reste, pour l'essentiel, sur le terrain qualitatif. Une meilleure connaissance des phénomènes d'interférence et de diffraction ainsi que de leur traitement mathématique devient alors la condition d'une véritable reconstruction rationnelle de l'arc-en-ciel. Ce sera principalement l'œuvre de Richard Potter (1799-1886) et de Sir George Biddle Airy (1801-1892).

Dans cette nouvelle théorie, deux idées, déjà anciennes, vont intervenir. La première est celle du front d'onde introduite par Christiaan Huygens (1629-1695) dès la fin du XVII$^{e}$ siècle. La deuxième est celle suivant laquelle un faisceau de rayons parallèles tombant sur un miroir hémisphérique parallèlement à son axe se réfléchit en engendrant une caustique. Richard Potter et Sir George Airy considèrent alors les phénomènes de diffraction au voisinage de la caustique. Puis, en 1838, Sir George Airy donne la loi de répartition de l'intensité lumineuse. Celle-ci représente les valeurs des carrés de l'intégrale appelée aujourd'hui « intégrale de Airy ».

James Clerk Maxwell (1831-1879) et Lord Rayleigh (1842-1090) préciseront quelques années plus tard diverses difficultés en rapport avec la perception des couleurs et le développement du traitement mathématique de l'arc-en-ciel. Ce dernier connaîtra encore quelques raffinements théoriques jusqu'à une date très récente.

Sous cette forme maintenant classique, la théorie mathématique de l'arc-en-ciel apparaît bien comme une reconstruction rationnelle. Dans cette perspective, l'œuvre de Newton constitue tout à la fois un aboutissement et un point de départ. Un aboutissement puisqu'elle propose la première théorie quantitative de la genèse de l'arc-en-ciel. Un point de départ dans le sens où elle offre un modèle mathématique susceptible de se diversifier et de s'enrichir avec le développement de l'analyse et de l'optique mathématique.