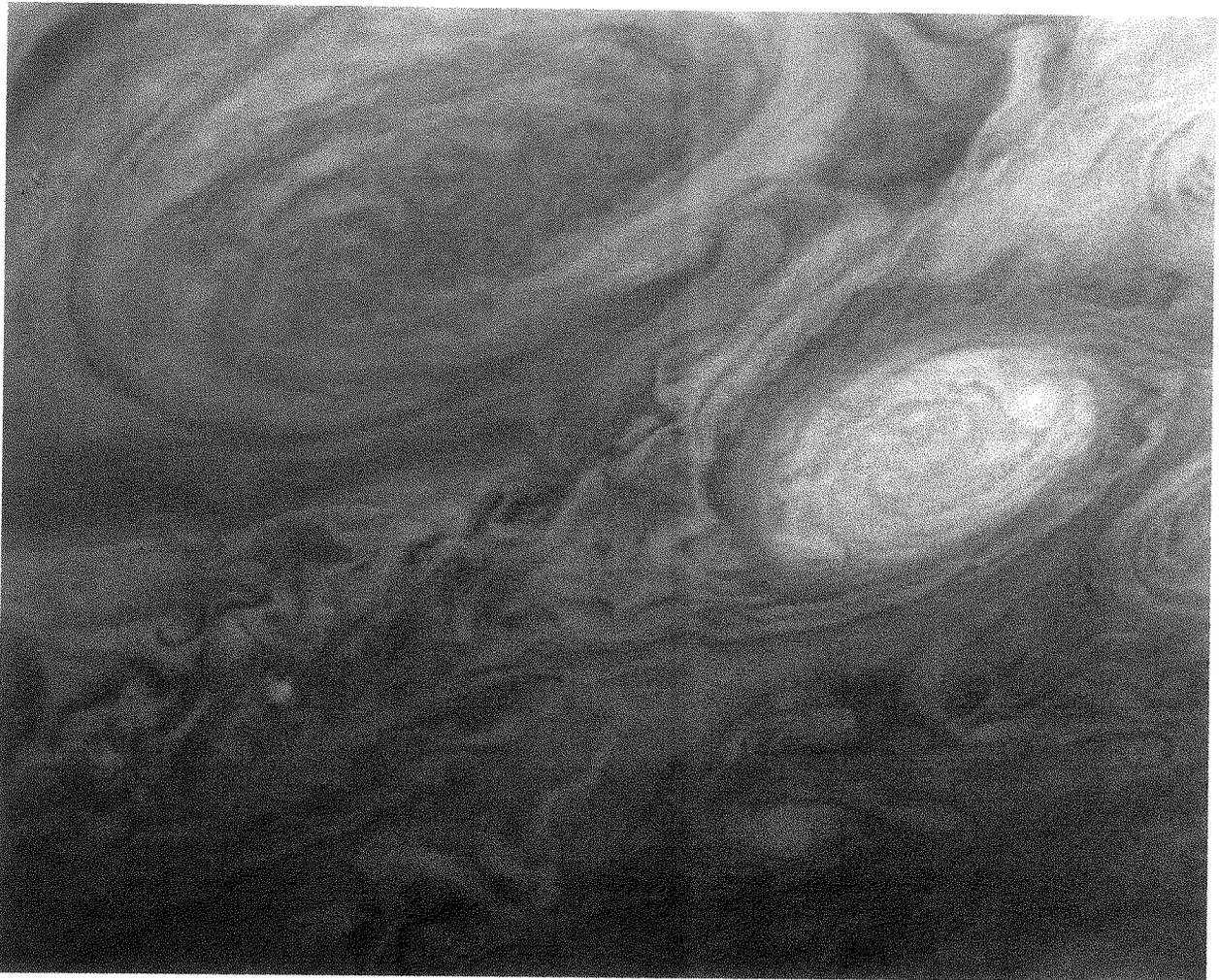


Les instabilités hydrodynamiques en astrophysique

Thierry Foglizzo
Fleurance, 8 Août 2002



Sommaire

1 Qu'est-ce qu'une instabilité ?	2
1.1 Equilibre stable, équilibre instable	2
1.2 Un monde sans instabilités	2
1.3 Méthodes d'analyse des instabilités	2
1.3.1 Méthodes expérimentale, numérique, analytique	2
1.3.2 Le moteur de l'instabilité: la phase linéaire	3
1.3.3 Les conséquences de l'instabilité: la phase non linéaire	4
2 Instabilité de cisaillement: Kelvin-Helmholtz	5
2.1 Mécanisme de base	5
2.2 L'instabilité de Kelvin-Helmholtz au quotidien	7
2.3 L'instabilité de Kelvin-Helmholtz en astrophysique	8
2.3.1 L'atmosphère de Jupiter	8
2.3.2 Les jets stellaires	9
2.3.3 Les jets galactiques	11
3 Instabilité convective: Rayleigh-Taylor	12
3.1 Mécanisme de base	12
3.2 L'instabilité de Rayleigh-Taylor en astrophysique	15
3.2.1 Convection solaire	15
3.2.2 Les tubes de flux magnétique solaires	16
3.2.3 Les tubes de flux magnétique galactiques	17
3.2.4 Les chocs de supernovae	18
3.3 Tout n'est pas du Rayleigh-Taylor	22
4 Instabilité gravitationnelle	23
5 Du Larsen aux spirales galactiques : instabilités globales	24
5.1 Le Larsen	24
5.2 Les galaxies spirales	24
6 De la bouilloire aux trous noirs supersoniques	26
6.1 Instabilité aéroacoustique	26
6.2 Le sifflement des bouilloires	26
6.3 Les réacteurs de fusées	26
6.4 Les trous noirs supersoniques	27
7 Le rôle des instabilités en astrophysique	28
Appendice: Exemple simple de calcul perturbatif ; équilibre instable d'un solide	30
Bibliographie	31

1 Qu'est-ce qu'une instabilité ?

1.1 Equilibre stable, équilibre instable

Si je lâche un objet en l'air, il tombe vers le sol sous l'effet de la force de gravitation, mais il ne s'agit pas d'une instabilité.

En revanche, si je considère une pièce de monnaie en équilibre sur sa tranche, cet équilibre sera qualifié d'instable car une légère perturbation fera tomber la pièce.

La notion d'instabilité n'a de sens que pour qualifier un équilibre. Un équilibre est stable ou instable selon sa façon de réagir à une perturbation extérieure. Par exemple, faire tenir une balle de ping-pong sur un casque de moto est possible. La position d'équilibre existe bien, mais elle est instable. A l'inverse, une bille au fond d'un bol sphérique est en équilibre stable. Ces exemples issus de la mécanique du solide illustrent bien la notion d'équilibre stable et instable. Il en est de même pour les fluides. L'équilibre de deux fluides côte à côte est soit stable, soit instable.

1.2 Un monde sans instabilités

Les instabilités hydrodynamiques ne sont pas toujours très intuitives. Mais peut-on imaginer un monde sans elles ? Nous verrons par la suite que la formation des structures dans l'univers, et en particulier la formation des étoiles est directement liée à l'instabilité gravitationnelle. Donc pas d'instabilité, pas de terre. Nous sommes tellement habitués aux instabilités que l'on n'y prête plus attention. Les vagues sur la mer sont le fruit d'une instabilité entre le vent et l'eau. Pas d'instabilité, pas de vagues. Une voile qui "faceille", ou un drapeau qui bat au vent, c'est aussi le fruit d'une instabilité. La fumée d'une cigarette qui monte, régulière, jusqu'à une certaine hauteur où tout à coup s'agite, voilà encore une instabilité.

Et l'eau qui bout dans une casserole, avec tous ces mouvements convectifs qui font qu'ils n'est pas nécessaire de mélanger le sel dans l'eau des pâtes. Et le sifflement d'une bouilloire. Et la forme des cumulonimbus. Et le larsen quand on approche un micro d'une enceinte. Non vraiment, le monde serait bien différent sans instabilités.

1.3 Méthodes d'analyse des instabilités

1.3.1 Méthodes expérimentale, numérique, analytique

Comment savoir si un équilibre est stable ou instable ?

Le plus sûr est certainement de réaliser l'expérience en laboratoire, si c'est possible. C'est rarement possible en astrophysique, compte tenu de la taille des objets astrophysiques, et des conditions extrêmes de température, pression qui y règnent. On peut toutefois réaliser des expériences à petite échelle et par une argumentation délicate et périlleuse, essayer d'extrapoler

ces résultats au cas astrophysique. Cette méthode sera illustrée au chapitre 6 à propos du mouvement d'un trou noir à vitesse supersonique.

L'approche théorique de l'hydrodynamique s'appuie sur la connaissance des équations qui régissent l'évolution des fluides, établies au XIX^e siècle. Malgré des décennies d'efforts analytiques, ces équations ne sont solubles avec un papier et un crayon que dans des cas particuliers. Deux voies sont complémentaires :

(i) la simulation numérique consiste à faire résoudre ces équations par un ordinateur. Cette méthode ressemble par beaucoup d'aspects à une expérience dont on maîtrise parfaitement les ingrédients. Sur l'écran d'ordinateur, on voit se dérouler le film de l'expérience réalisée, sous un angle de vue que l'on choisit librement. La puissance croissante des ordinateurs permet par cette méthode de voir l'évolution de situations de plus en plus complexes, et par exemple de découvrir des instabilités inattendues. Malheureusement, les simulations numériques n'expliquent pas *pourquoi* les phénomènes se produisent ainsi. Pas plus que l'expérience d'un drapeau flottant au vent n'explique pourquoi il *doit* flotter au vent.

(ii) la compréhension intime des instabilités hydrodynamiques passe par une idéalisation du problème, qui vise à simplifier à l'extrême pour ne conserver que les ingrédients essentiels. Dans sa version "minimale", l'instabilité se prête plus facilement à un calcul analytique où l'on comprend par des formules algébriques l'essence de l'instabilité. Cela n'est pas évident à priori, mais les instabilités ont une essence. C'est cette compréhension qui permettra d'accomplir un saut vertigineux entre la convection dans une casserole et la convection solaire, entre les vagues sur la mer et les nœuds des jets galactiques.

Pour bien comprendre cette notion d'essence de l'instabilité, on peut distinguer deux phases dans son développement, appelées *phase linéaire* et *phase non linéaire*.

1.3.2 Le moteur de l'instabilité: la phase linéaire

La phase linéaire décrit comment le système va avoir tendance à s'écarter de l'état d'équilibre initial si il est légèrement perturbé. Cette phase concerne donc un état très proche de l'équilibre, mais qui s'en écarte inexorablement. Dans cette phase, l'écart avec la position d'équilibre croît généralement de façon exponentielle.

Dans cette phase, des ondulations naissent sur la surface du drapeau initialement plane. C'est cette phase qui est accessible par le calcul analytique. Cette méthode consiste à imaginer un léger déplacement de l'équilibre, et à calculer quelles forces naissent de ce déplacement.

Il suffit alors de déterminer si le bilan de ces forces tend à ramener le système vers sa position d'équilibre (stable), ou à l'en éloigner (instable). Cette méthode dite "perturbative" permet non seulement de décider du caractère stable ou instable, mais elle permet aussi de caractériser quantitativement l'instabilité par son temps caractéristique, et sa forme caractéristique. Des exemples simples de calcul perturbatif sont fournis en appendice pour ceux qui disposent d'un bagage mathématique (équations différentielles).

L'approche analytique caractérise donc les fondements de l'instabilité, le "moteur" du mécanisme qui les anime, mais va difficilement plus loin. En particulier, cette approche est généralement incapable de décrire le résultat final de l'instabilité.

1.3.3 Les conséquences de l'instabilité: la phase non linéaire

La phase non linéaire décrit comment le fluide évolue une fois qu'il s'est franchement écarté de sa position d'équilibre. Cette phase est plus complexe car elle prend en compte comment le développement de l'instabilité affecte éventuellement la source de l'instabilité. Dans le cas d'un fluide lourd reposant sur un fluide léger, le passage du fluide lourd sous le fluide léger supprime la cause de l'instabilité, et un nouvel équilibre est atteint. Par contre, dans le cas d'un fluide chauffé dans une casserole, le passage du fluide chaud au dessus du fluide froid ne supprime pas l'instabilité puisque ce fluide froid est à son tout chauffé par dessous. Il s'établit alors un mouvement convectif relativement régulier.

De même, le mouvement du drapeau ne peut rien faire pour diminuer la vitesse du vent. Il ne peut que claquer au vent, ou se déchirer.

En bref, l'approche analytique est essentielle pour comprendre le "moteur" du mécanisme d'instabilité. L'approche numérique permet d'accéder à son développement ultime.

Il existe une infinité de contextes possibles pour le développement d'instabilités hydrodynamiques. Heureusement, il y a relativement peu de mécanismes d'instabilité. En particulier, deux instabilités sont omniprésentes et portent le non de leurs inventeurs: l'instabilité de cisaillement (Kelvin-Helmholtz) et l'instabilité convective (Rayleigh-Taylor). Ces instabilités essentielles sont introduites aux chapitres 2 et 3. L'instabilité gravitationnelle, absente sur terre, mais fondamentale en astrophysique est présentée au chapitre 4. Des exemples d'instabilités globales sont illustrés aux chapitres 5 et 6.

2. Instabilité de cisaillement : Kelvin-Helmholtz

2.1 Mécanisme de base

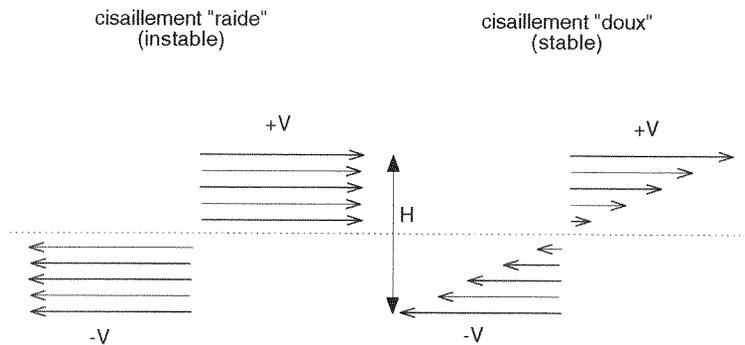


Fig. 1. Différence énergétique entre des cisaillements raide et doux

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz concerne deux fluides en mouvement l'un par rapport à l'autre, tel qu'illustré en figure 1. Cette instabilité vient du fait que l'énergie cinétique d'un profil de vitesse "raide" est supérieure à celui d'un profil plus "doux". Soit V la vitesse maximale du fluide et m sa masse, l'énergie cinétique est calculée dans chacune des deux configurations :

$$E_1 = m V^2 / 2,$$

$$E_2 = m V^2 / 6 .$$

Le gain d'énergie entre la configuration "2" et la configuration "1" est donc

$$E_1 - E_2 = m V^2 / 3 .$$

Cet argument énergétique montre que le fluide "gagnerait" à homogénéiser ses vitesses, mais ne dit pas si cela est possible, par quels mouvements et en combien de temps. Le calcul perturbatif de cette instabilité est traité dans Drazin & Reid (1993).

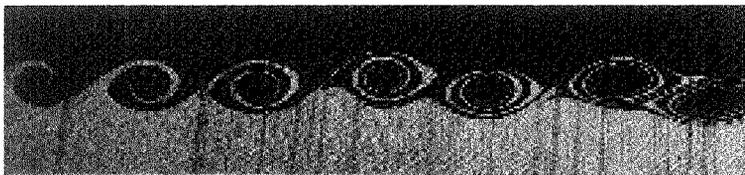
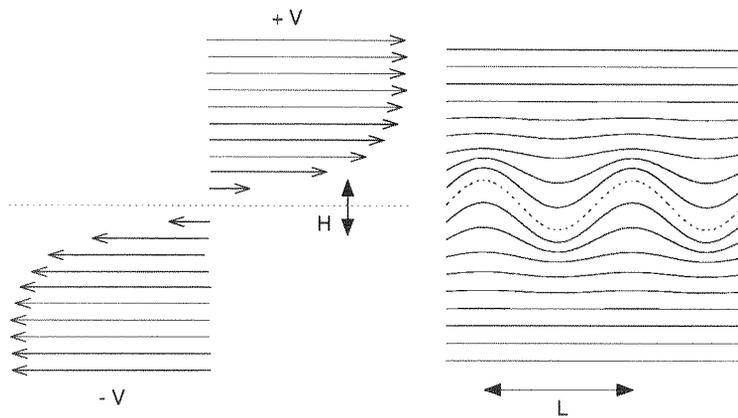


Fig. 2. En haut, profil initial de vitesse et phase linéaire de l'instabilité de cisaillement.

En bas, développement non linéaire des tourbillons dans une simulation numérique

Crédit : <http://astron.berkeley.edu/~jrg/ay202/node144.html>

L'ingrédient essentiel est un champ de vitesse cisailé sur une certaine échelle spatiale H . Cette échelle spatiale est illustrée par la figure 2. Ce champ de vitesse est instable si le profil de vitesse admet un point d'inflexion, ce qui se traduit plus physiquement comme l'existence d'un maximum de vorticité. La vorticité équivaut dans notre exemple au taux de variation de la vitesse dans la direction transverse. Le temps de croissance τ_{KH} de l'instabilité est directement proportionnel à la taille de la couche de cisaillement:

$$\tau_{KH} \sim H / V.$$

Les perturbations les plus instables ont une longueur caractéristique L (voir figure~ 2) directement liée à la taille de la couche de cisaillement. En pratique, $L \sim 6 H$. Les perturbations de longueur plus courte que la couche de cisaillement sont stables. En effet, vu à petite échelle, le profil de vitesse cisailée est linéaire comme dans la configuration stable de la figure 1.

Il est utile de décrire le développement de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dans le cas de deux fluides de densités très différentes (par exemple le vent sur la mer). Si $\rho_1 \ll \rho_2$, alors le temps de croissance de l'instabilité est augmenté par le facteur suivant :

$$\tau_{KH} \sim (\rho_1 / \rho_2)^{1/2} (H / V).$$

2.2 L'instabilité de Kelvin-Helmholtz au quotidien

2.2.1 Les nuages

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz se produit de façon quasi systématique dès qu'il y a des courants d'air, mais reste le plus souvent invisible. La présence des nuages peut constituer un traceur du mouvement de l'air et révéler cette instabilité dans l'atmosphère, comme sur la figure 3. Elle indique la présence d'un vent localisé en altitude.



Fig. 3. *Instabilité de Kelvin-Helmholtz dans l'atmosphère*

Crédit : http://bobqat.com/Essays/Balloon/kelvin_helmholtz.html

2.2.2 Le vent sur la mer

Dans le cas de l'interaction entre l'eau et l'air, il faut prendre en compte la force de gravitation g qui est responsable de la force de rappel des ondes de surface dans l'eau, et qui tend à stabiliser les perturbations de grande longueur d'onde.

Si $\rho_1 \ll \rho_2$, la longueur d'onde maximale des ondes instables est :

$$\lambda \sim (\rho_2 / \rho_1) (V^2 / g)$$

Il faut aussi prendre en compte la tension superficielle de l'eau qui tend à supprimer l'instabilité si la vitesse du vent n'est pas assez forte (voir par exemple Chandrasekhar 1961). Dans le cas de l'air sur la mer, la vitesse minimale du vent selon ce calcul est 23 km/h. Cette quantité calculée

par Kelvin lui-même a été confirmée par des expériences en laboratoire effectuées par J.R.D. Francis.

2.2.3 Le drapeau

Le drapeau au vent constitue un très bon exemple d'instabilité hydrodynamique car tout le monde en a fait l'expérience. Malheureusement ce problème est plus compliqué qu'il en a l'air. Si le vent est irrégulier, la question de la stabilité du drapeau ne se pose même pas. Si le vent est parfaitement régulier en intensité et en direction, plusieurs effets peuvent entrer en compte. Le mat qui tient le drapeau peut à lui seul générer des tourbillons, et le drapeau pourrait flotter de façon passive dans ces tourbillons. Considérons maintenant un mat infiniment mince.

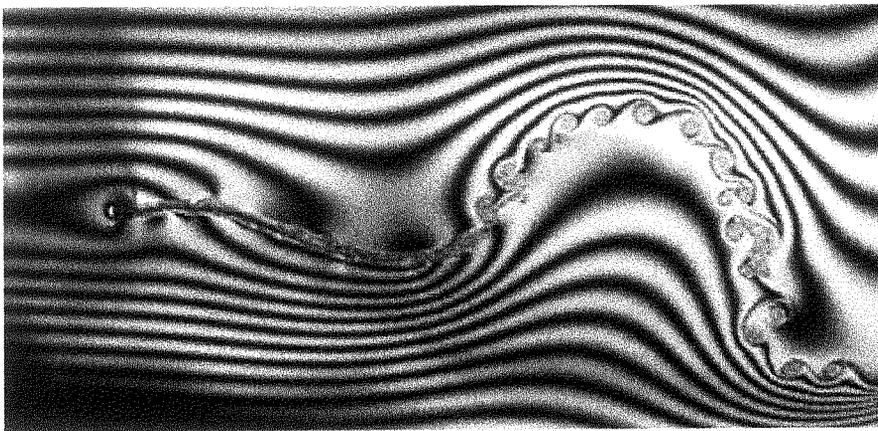


Fig. 4. Etude de l'instabilité d'un drapeau dans le vent. (Zhang et al. 2001)

Crédit : <http://www.physicscentral.com/pictures/pictures-01-9.html>

Un article récent de la revue Nature fait état des travaux de Zhang et al. (2001), qui utilisent les mouvements d'un filament flexible dans un film de savon. Ces auteurs trouvent deux états possibles si le filament est assez long. L'un, stable, où le filament est rectiligne. L'autre où le filament se déforme périodiquement. Les tourbillons générés à l'extrémité du drapeau (voir figure 4) sont interprétés comme la conséquence de l'instabilité de K-H, car la vitesse du fluide n'est pas la même des deux côtés du drapeau lorsqu'il se déforme.

De façon similaire, dans une rivière, l'eau qui coule de part et d'autre d'une pile de pont forme des tourbillons en aval de la pile.

2.3 L'instabilité de Kelvin-Helmholtz en astrophysique

2.3.1 L'atmosphère de Jupiter

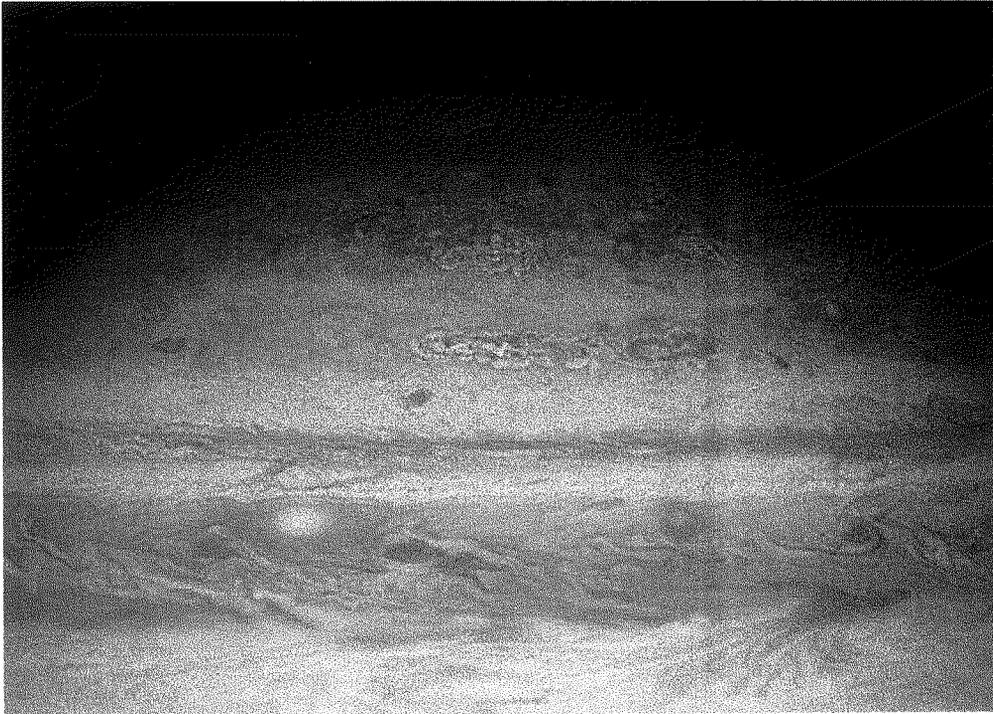


Fig. 5. Atmosphère de Jupiter vue par Cassini

Crédit: Cassini Imaging Team, Cassini Project, NASA

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap010201.html>

A en juger par la figure 5, l'atmosphère de Jupiter est un endroit privilégié pour étudier les instabilités hydrodynamiques. Avec des vents atteignant 500 km/h et des forts cisaillements, nul doute que l'instabilité de K-H soit présente. Cette structure complexe de bandes variant de l'équateur aux pôles n'est pas encore comprise, et nécessite de prendre en compte la rotation, le champ de gravitation, et les échanges de chaleur.

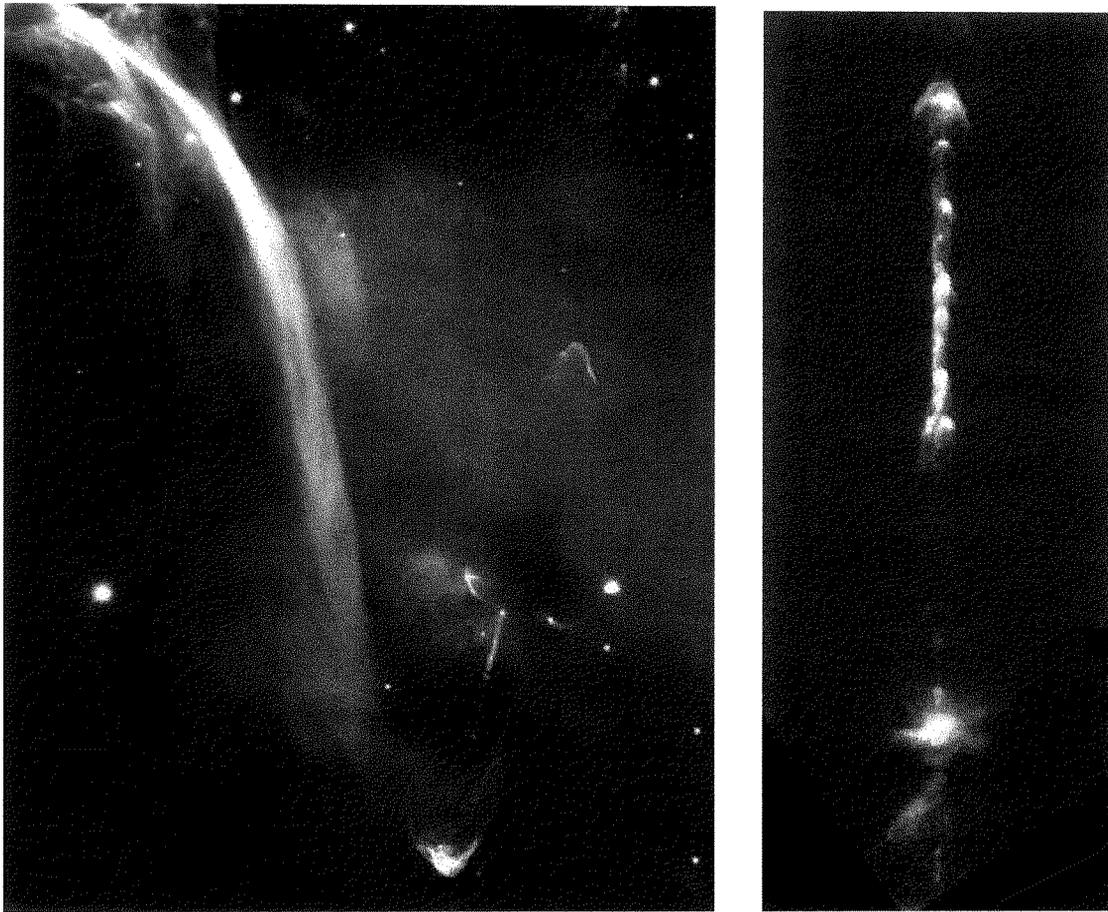


Fig. 6. Noeuds dans les jets des Herbig-Haro HH-34 (gauche) et HH-111 (droite)

Crédit HH-34: FORS Team, 8.2-meter VLT, ESO

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap991129.html>

Crédit HH-111: Bo Reipurth (CASA/U. Colorado) et al., HST, NASA

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap000321.html>

HH-34 est à environ 1500 années lumière de nous, dans la nébuleuse d'Orion. Son jet est visible en rouge sur l'image du VLT (figure 6, image de gauche). L'image de droite prise par le HST montre le jet de HH-111, lui aussi à environ 1500 années lumière de nous. Ce jet mesure 12 années lumière.

Ces deux jets comportent des noeuds d'émission, interprétés par Micono et al. (1998) comme la conséquence de l'instabilité de K-H d'un jet supersonique dans un fluide au repos, avec un nombre de Mach compris entre 10 et 15. A l'aide de simulations numériques, ils ont montré que la distance entre les noeuds et leur émission peuvent s'expliquer par ce mécanisme.

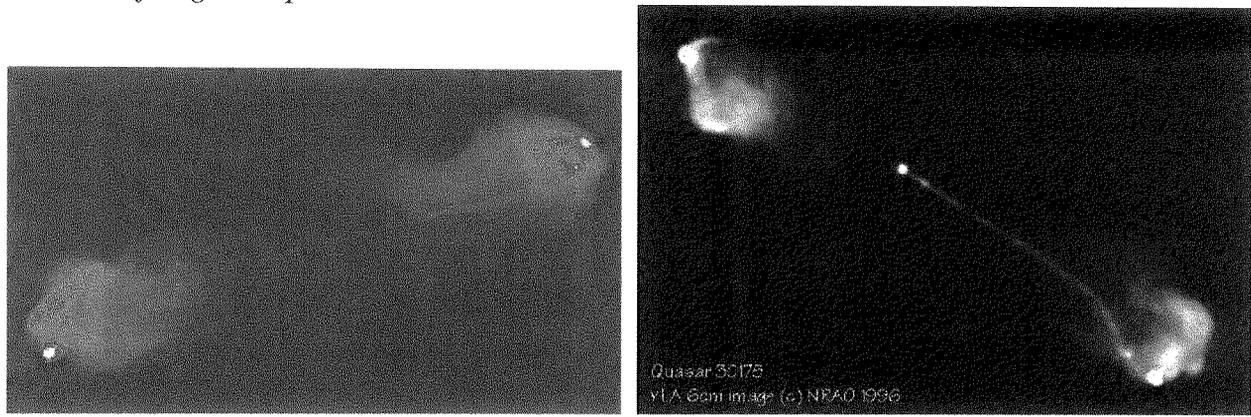


Fig. 7. Jets radio de Cygnus A (gauche) et 3C175 (droite)

Crédit Cygnus A : NRAO-VLA

<http://www.aoc.nrao.edu/doc/vla/html/VLA-images.html>

Crédit & Copyright 3C175: Alan Bridle (NRAO Charlottesville) VLA, NRAO, NSF

<http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/ap010905.html>

Les jets galactiques observés en radio sont spectaculaires par leur longueur et leur collimation (figure 7). A une distance de 700 millions d'années lumière, Cygnus A est une radio galaxie très brillante. Les jets s'étendent sur 300 000 années lumière de chaque côté, et sont émis à des vitesses proche de celle de la lumière. Les jets du quasar 3C175 voyagent eux aussi à une vitesse proche de celle de la lumière, sur une distance qui dépasse un million d'années lumière.

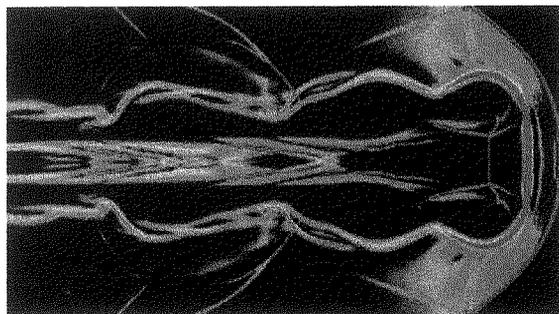


Fig. 8. Simulation numérique de jet relativiste (98% de la vitesse de la lumière)

Crédit: P. Hughes (UMich), C. Duncan (BGSU)

<http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/ap971124.html>

A ces vitesses vertigineuses, comment n e pas faire naître d'instabilité de K-H entre le jet et le milieu intergalactique ? Comment conserver un angle de collimation si petit sur de si grandes distances ? De façon indirecte, l'absence d'instabilité de K-H pose des contraintes fortes sur la présence d'éléments stabilisants comme le champ magnétique par exemple.

3. Instabilité convective: Rayleigh-Taylor

3.1 Mécanisme de base

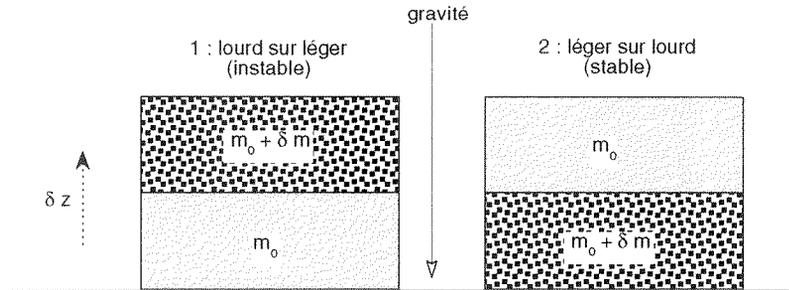


Fig. 9. Instabilité d'un fluide lourd sur un fluide léger, par exemple l'eau sur l'huile.

L'instabilité de Rayleigh-Taylor concerne la superposition de fluides dans un champ de gravitation. Dans sa version incompressible, illustrée par la figure 9, elle est fondée sur le fait que l'énergie potentielle d'un fluide léger sur un fluide lourd est plus faible que celle de la configuration inverse. Soient m_0 et $m_0 + \delta m$ les masses des deux fluides, et z_0 et $z_0 + \delta z$ leurs altitudes respectives. Les énergies potentielles des deux configurations sont les suivantes

$$E_1 = m_0 g z_0 + (m_0 + \delta m) g (z_0 + \delta z),$$

$$E_2 = (m_0 + \delta m) g z_0 + m_0 g (z_0 + \delta z).$$

On constate simplement que la configuration "2" est moins coûteuse en énergie que la configuration "1", le gain étant:

$$E_1 - E_2 = \delta m g \delta z.$$

Cet argument énergétique suffit à convaincre que le fluide "gagne" à procéder à l'échange des positions, mais ne dit pas si c'est possible, comment, et en combien de temps. Ces renseignements sur la dynamique de l'instabilité nécessitent plus d'investissement mathématique, détaillé dans Drazin & Reid (1993).

Dans le cas de fluides compressibles, l'argument énergétique est similaire, mais doit prendre en compte le changement de volume de l'élément de fluide lors de son déplacement sous l'effet des forces de pression. Il est utile d'introduire la notion d'entropie du gaz, qui décrit la relation entre pression et densité lors de transformations adiabatiques. De plus, il n'y a pas nécessairement deux

fluides distincts, mais il peut s'agir d'un même fluide dont la nature (en l'occurrence l'entropie) varie graduellement sur une certaine échelle spatiale.

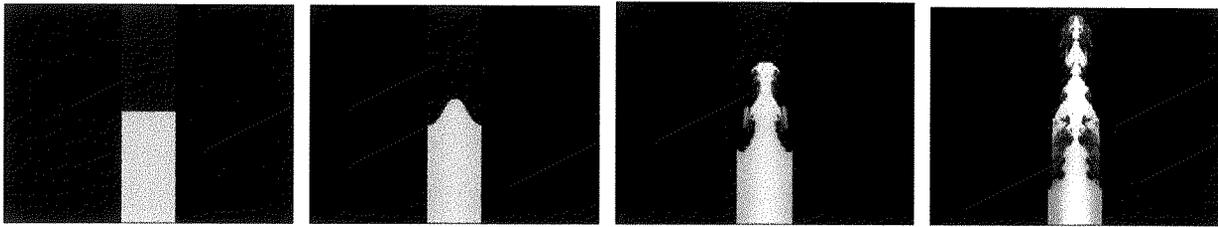


Fig. 10. Simulation numérique du développement non linéaire de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. A l'inverse de la figure 1, le champ de gravité est ici dirigé vers le haut.

Nous nous contentons de résumer ici les principaux résultats :

- Les deux ingrédients essentiels sont

(i) un champ de gravitation g (par extension, une accélération produit le même effet)

(ii) une inhomogénéité d'entropie dans le gaz, caractérisée par une échelle spatiale h .

- L'instabilité de Rayleigh-Taylor se produit dès que l'entropie du fluide varie en sens inverse de la gravitation.

- Le temps de croissance τ_{RT} est proportionnel à

$$\tau_{RT} \sim (h / g)^{1/2}$$

- Les perturbations instables ont une taille comparable à l'échelle h d'inhomogénéité de l'entropie.

L'instabilité de R-T peut donner lieu à deux types de développement non linéaire très différents. S'il n'y a pas d'échanges de chaleur, le fluide de faible entropie descend pendant que le fluide de forte entropie monte, avec l'apparence d'un « doigt de R-T » (voir figures 10 et 11). Un cisaillement de vitesse a lieu le long de ce doigt. Ces conditions sont donc propices au développement d'une instabilité de K-H dite « secondaire », illustrée par l'image de droite de la figure 11

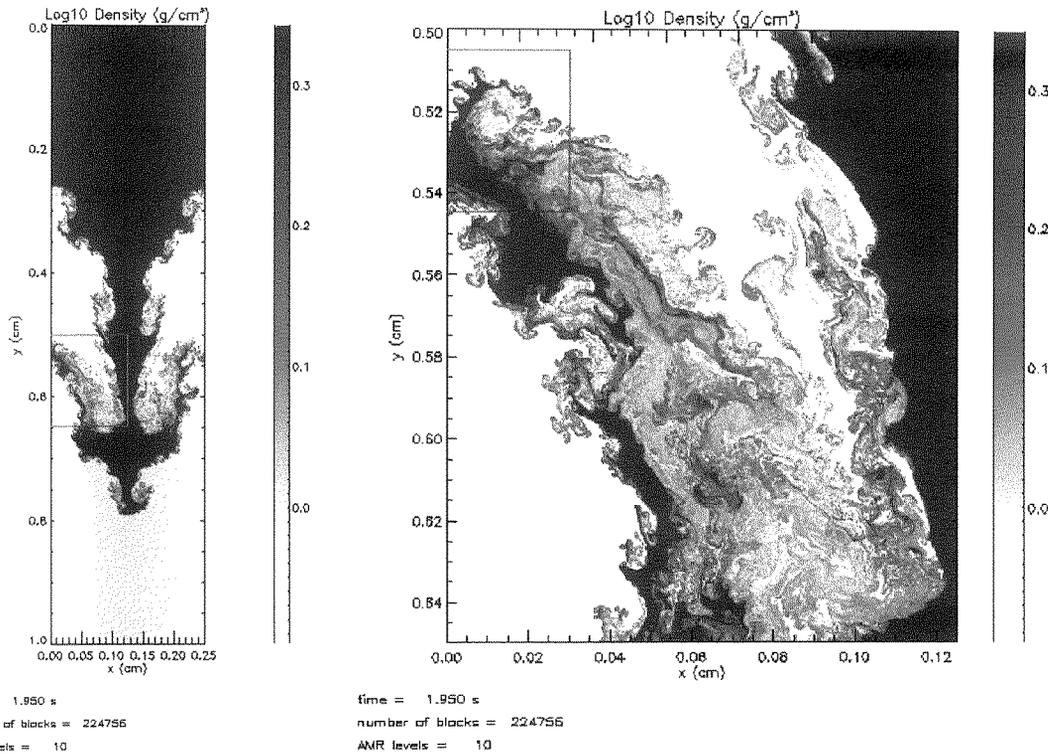
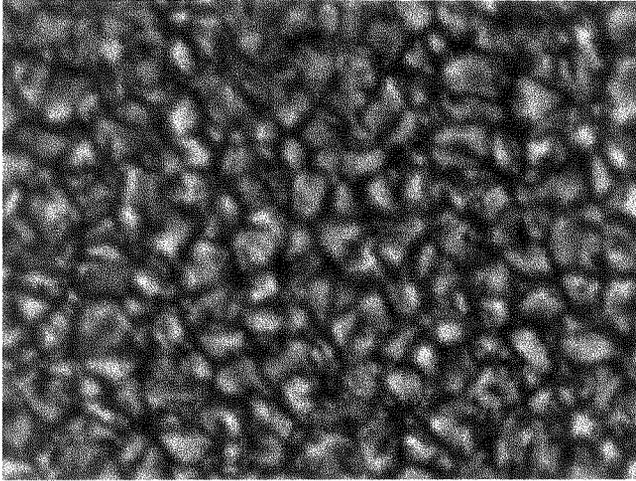


Fig. 11. Doigt de Rayleigh Taylor et Kelvin-Helmholtz secondaire dans une simulation numérique. Crédit : http://flash.uchicago.edu/~zingale/rt_gallery/rt_gallery.html

Si le gradient d'entropie est entretenu par exemple par un chauffage par en dessous, le fluide froid se réchauffe au cours de sa descente pendant que le fluide chaud se refroidit en altitude. Cette instabilité donne lieu à un mouvement convectif qui peut être très régulier. C'est le cas par exemple quand on fait chauffer de l'eau dans une casserole.

3.2 L'instabilité de Rayleigh-Taylor en astrophysique

3.2.1 Convection solaire



*Fig. 12. Granulation solaire. Chaque granule fait environ 1000 km de côté.
Crédit : <http://science.nasa.gov/ssl/pad/solar/feature1.htm>*

Les photons produits par les réactions nucléaires dans le coeur de soleil mettent 30 000 années avant d'atteindre la surface car il s'agit d'un milieu opaque. L'opacité est tellement grande dans les régions externes (au-delà de 0.7 rayons solaires) que le transport radiatif est très inefficace. Dans cette région, l'énergie solaire est transportée par la convection, ce qui lui donne le nom de zone convective. Le profil d'entropie dans le soleil est lié à sa composition chimique. Un changement brutal du profil d'entropie coïncide avec la région d'ionisation de l'hydrogène, environ 1000 km sous la surface du soleil. Superposé aux mouvements convectifs à grande échelle existent donc des mouvements convectifs particulièrement intenses, donnant lieu à des cellules convectives d'environ 1000 km de largeur. Ces cellules sont très bien observées depuis la terre, et porte le nom de granules (voir figure 12). C'est un peu grâce à ces granules que l'on connaît si bien la structure interne des étoiles. En effet, avec un temps de retournement d'environ 5 minutes, ce sont eux qui font vibrer le plus efficacement la structure acoustique du soleil. De la même façon que le son d'un instrument de musique nous renseigne sur sa forme et ses matériaux, l'étude des vibrations acoustiques du soleil nous renseigne sur sa composition et sa structure interne. Bien sûr on n'entend pas ces vibrations, mais on peut mesurer par effet Doppler les mouvements cohérents de la surface solaire. C'est l'objet de l'héliosismologie, qui s'est développée depuis 25 ans.

3.2.2 Les tubes de flux magnétique solaires

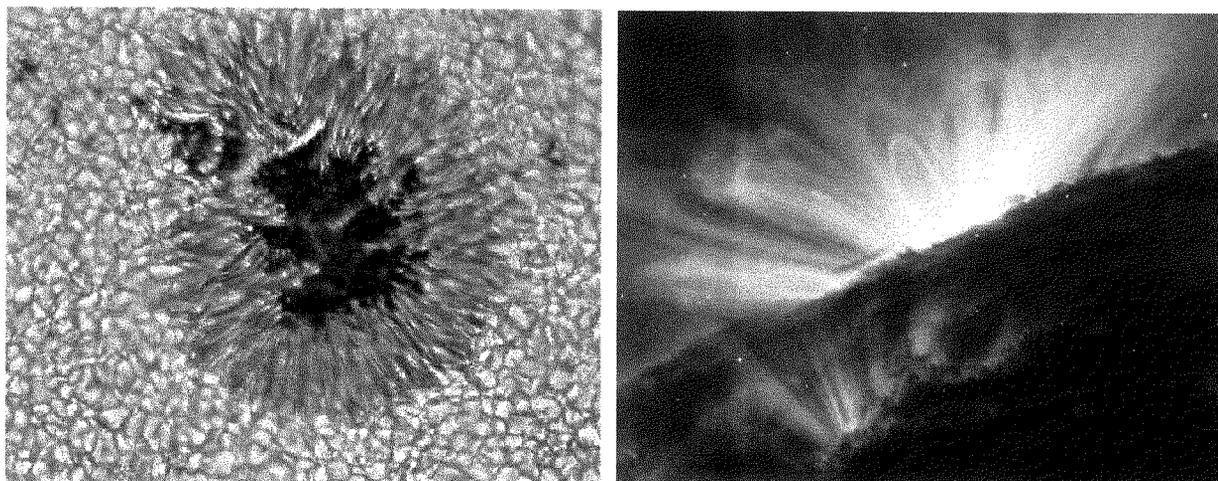


Fig. 13. Tache solaire et granulation (gauche), boucles de champ magnétique solaire (droite)

Crédit (gauche): Vacuum Tower Telescope, NSO, NOAO

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap981005.html>

Crédit: Courtesy CFA, TRACE Team, NASA

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap980515.html>

Le champ magnétique généré dans l'intérieur solaire par un effet dynamo a tendance à remonter vers la surface sous l'effet de l'équivalent magnétique de la poussée d'Archimède. En effet, le champ magnétique contribue aux forces de pression, si bien qu'à pression totale constante, un fluide magnétisé est plus léger qu'un fluide non magnétisé. C'est pourquoi les tubes de flux magnétiques dans l'intérieur solaire ne peuvent rester en équilibre stable : ils sont instables par la version magnétique de Rayleigh-Taylor. Lorsqu'ils émergent à la surface du soleil, les tubes de flux magnétiques apparaissent comme des taches sombres, les « taches solaires » (voir figure 13 à gauche). Leur apparence sombre vient du fait qu'ils sont plus froids que la surface du soleil. Ces taches solaires apparaissent par paires, qui sont les pieds des boucles de champ magnétiques observées par l'instrument Trace à droite de la figure 13. La dynamique de ces boucles de champ est régie par l'hydrodynamique magnétisée ou « magnétohydrodynamique ».

Les mouvements de la surface du soleil tordent lentement les pieds des lignes de champ qui peuvent gonfler, changer de configuration par des événements violents de reconnection magnétique, et parfois donner lieu à l'éjection de masse dans la couronne solaire (figure 14). Comme dans l'instabilité de Rayleigh-Taylor, la poussée d'Archimède joue un rôle important dans ces phénomènes. Mais leur complexité dépasse largement le cadre de cet exposé.

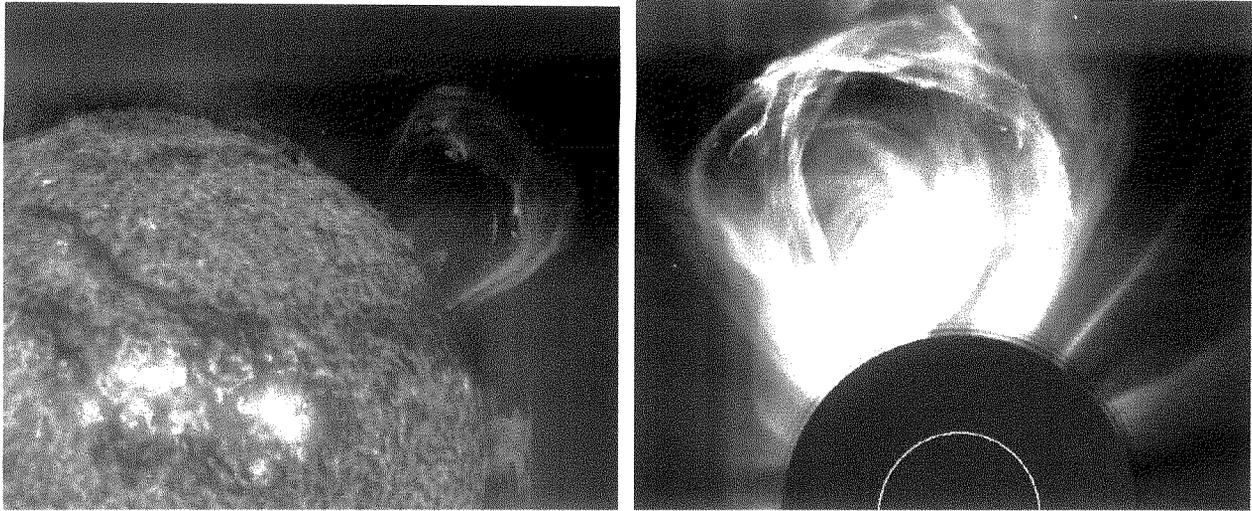


Fig. 14. Emergence d'une boucle de champ magnétique et éjection coronale de masse

Crédit (gauche): SOHO - EIT Consortium, ESA, NASA

<http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/ap990923.html>

Crédit (droite): SOHO Consortium, ESA, NASA

<http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/ap000309.html>

3.2.3 Les tubes de flux magnétique galactiques

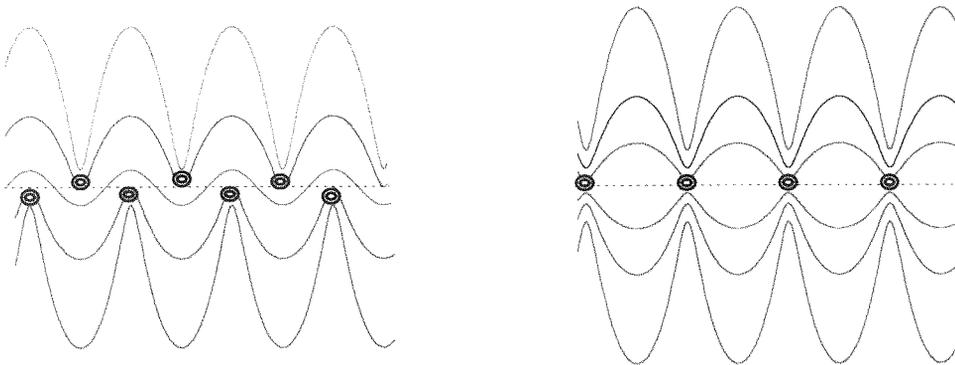


Fig. 15 : Modes symétrique (droite) et antisymétrique (gauche) de l'instabilité de Parker dans un disque galactique. Les boucles de champ magnétique s'éloignent du plan galactique pendant que le gaz s'accumule à leurs pieds

Les galaxies spirales sont des disques en rotation, constitués de gaz et d'étoiles. Un champ magnétique à grande échelle est entretenu par un mécanisme de dynamo galactique, qui fonctionne grâce à des instabilités magnéto-hydrodynamiques. Sans rentrer dans les détails de ce sujet complexe, citons la version magnétique de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, développée dans le contexte galactique par Parker (1966). Le gaz du milieu interstellaire, dans le disque galactique en rotation, est à priori en équilibre vertical dans un milieu stratifié. Comme l'air de notre atmosphère, le gaz galactique est en équilibre entre une force de gravitation qui l'attire vers le plan galactique, et une force de pression qui le repousse. A la différence de notre atmosphère, la

pression n'est pas seulement thermique mais aussi magnétique (sans parler de la contribution des rayons cosmiques). Cette pression magnétique est simplement liée à la compression des lignes de champ magnétique perpendiculairement à leur direction. Mais à pression totale constante, un fluide magnétisé est plus léger qu'un fluide non magnétisé. Le gaz magnétisé sous le gaz moins magnétisé se comporte donc comme un fluide léger sous un fluide lourd : il est instable par un mécanisme du type Rayleigh-Taylor.

Le temps de croissance de l'instabilité est, en première approximation, donné par la formule du chapitre 3.1, $\tau_{RT} \sim (h / g)^{1/2}$, où h est la hauteur de la stratification du champ magnétique (typiquement l'épaisseur du disque gazeux, quelques centaines de pc). L'intensité du champ de gravité vertical est essentiellement imposée par les étoiles du disque galactique, et peut être déterminé par la mesure de densité et la dispersion des vitesses verticales des étoiles en fonction de l'altitude (Oort 1932). Ce champ croît linéairement avec l'altitude dans les premiers 300 pc du disque, pour atteindre quelque $10^{-9} \text{ cm.s}^{-2}$. Ainsi l'échelle de temps de l'instabilité de Parker est de l'ordre de quelques dizaines de millions d'années, significativement plus courte que le temps de rotation galactique (230 millions d'années).

L'instabilité de Parker a la particularité d'impliquer la torsion des lignes de champ. On peut observer sur la figure 15 que l'échappement des lignes de champ vers le halo s'accompagne du glissement du gaz le long de ces lignes pour aller s'accumuler dans le plan galactique sous la forme de nuages moléculaires. La distance caractéristique qui sépare ces condensations sous l'effet de l'instabilité de Parker (quelques centaines de pc) est compatible avec la distance moyenne qui sépare les nuages moléculaires dans les galaxies spirales observées de face.

3.2.4 Les chocs de supernovae

Lors de l'explosion d'une supernova, un choc se propage dans le milieu interstellaire, précédant les éjecta de la supernova. Rappelons que l'expansion d'une supernova passe par quatre phases, caractérisées par des vitesses d'expansion de plus en plus lentes:

- (i) une phase "d'expansion libre" où la vitesse des éjecta est constante,
- (ii) une phase de "piston" (ou phase de Sedov), où la masse balayée par les enveloppes éjectées est supérieure à la masse éjectée, mais où l'évolution est encore suffisamment rapide pour que le gaz traversé par le choc n'ait pas le temps de refroidir
- (iii) une phase de "chasse neige", où gaz traversé par le choc refroidit rapidement, formant une coquille dense juste derrière le choc,
- (iv) une phase de dispersion où la vitesse devient subsonique

D'après le principe d'équivalence, rien ne distingue dynamiquement un champ de gravitation d'une accélération ? Ainsi, l'instabilité de Rayleigh-Taylor se développe indifféremment si un fluide lourd est sur un fluide léger, ou si un fluide lourd est freiné par un fluide léger.

Lors de la phase piston de l'expansion, le gaz interstellaire s'accumule jusqu'au point où il est suffisamment dense pour freiner significativement les enveloppes éjectées. On est alors dans la situation d'un fluide léger sous un fluide lourd, et l'instabilité de Rayleigh-Taylor se développe. Les éjecta auront tendance à pénétrer dans le milieu interstellaire accumulé, donnant lieu à des « doigts de R-T » orientés vers l'extérieur, car la gravité effective est orientée vers l'extérieur lors du freinage.

Supernovae de Tycho (1572)

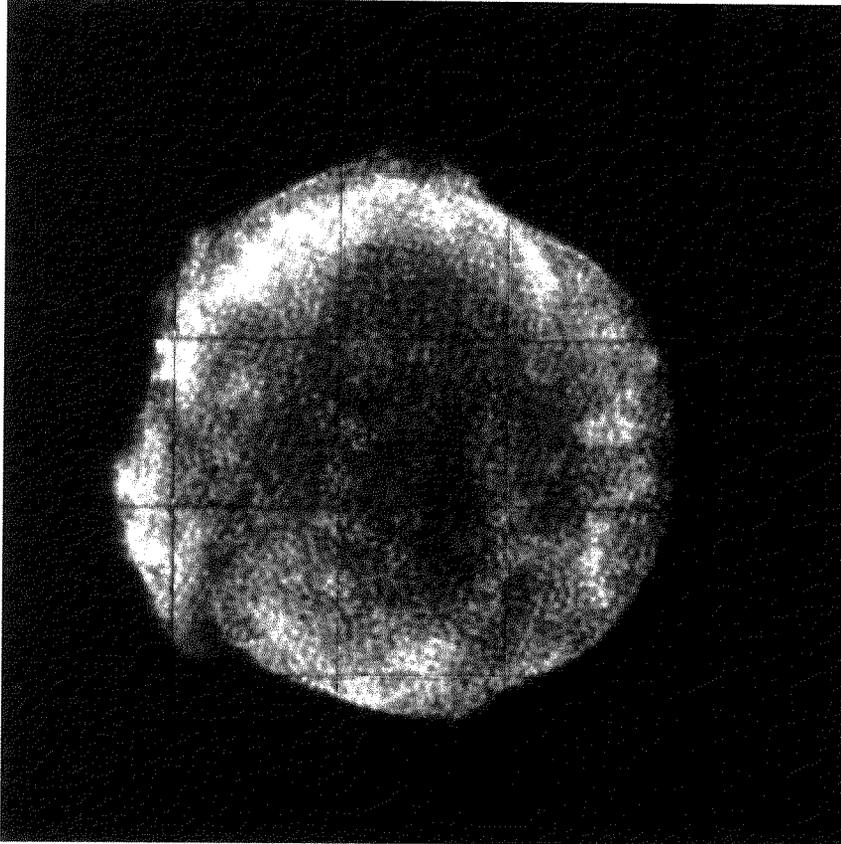


Fig. 16. Observation par le VLA du reste de la supernova de Tycho.
Crédit <http://rsd-www.nrl.navy.mil/7213/lazio/Tycho/Tycho.html>

Les observations du reste de supernova de Tycho effectuées par le VLA révèlent des déformations ondulées et assez régulières de sa surface. (cf figure 16). Ces déformations ont été étudiées en détail par Velasquez et al. (1998), et analysées quantitativement comme la conséquence de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. La taille caractéristique de ces déformations est 0.9pc. D'après Velazquez et al. (1998), l'instabilité est faiblement influencée par le champ magnétique, mais significativement ralentie par la viscosité. Calculée pour une température d'environ 30 millions de degrés, et une densité de 3 protons par cm^3 , la longueur d'onde privilégiée par l'instabilité de Rayleigh-Taylor est tout à fait comparable à celle observée.

Le temps de croissance calculé est d'environ 100-200 ans, alors que ce reste de supernova a 400 ans, et n'est rentré dans la phase de Sedov que depuis 120 ans environ. L'instabilité n'en est donc probablement qu'à sa phase linéaire.

Supernovae de Cassiopée A

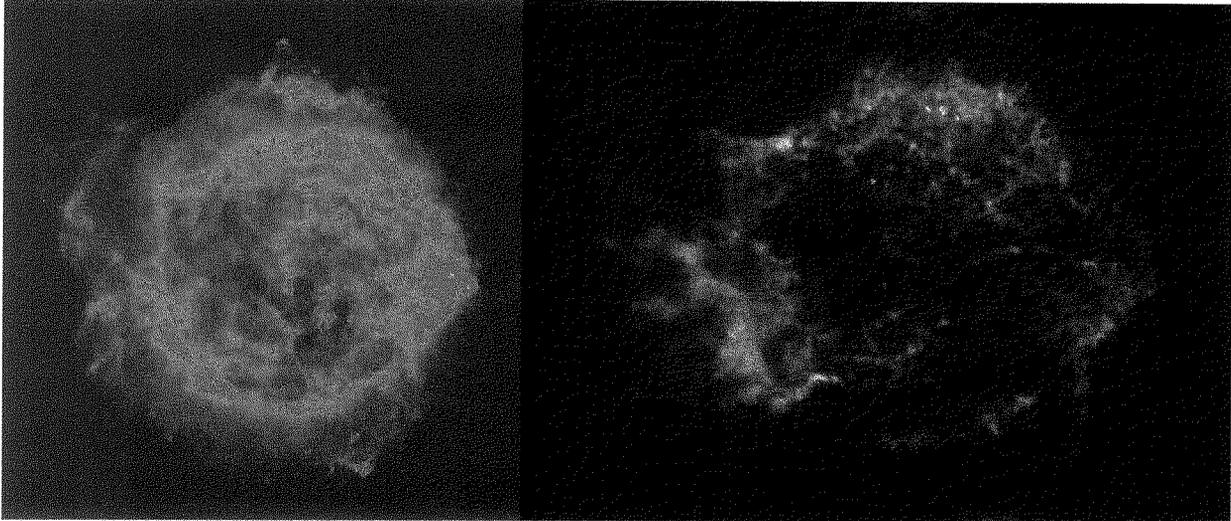


Fig. 17. Reste de supernova de Cassiopée A vue par le VLA (gauche) et en X

Crédit (gauche) : NRAO-VLA

<http://www.aoc.nrao.edu/doc/vla/html/VLA-images.html>

Crédit (droite): John Hughes et al. (Rutgers), NASA/CXC/SAO

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap000103.html>

Supernovae 1987A

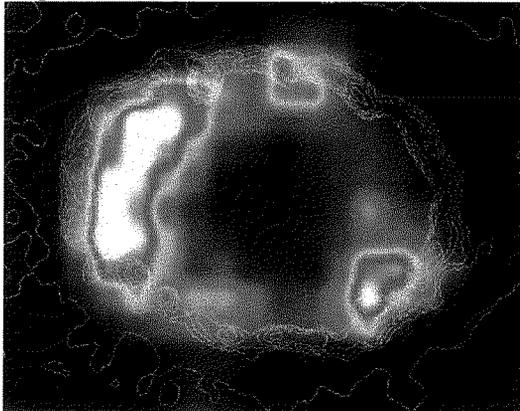


Fig. 18. Reste de la supernova 1987A en X et en optique

Crédit: X-ray: D.Burrows (PSU) et al., Optical: P.Challis (CfA) et al., NASA

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap000512.html>

Supernovae du Crabe (1054)

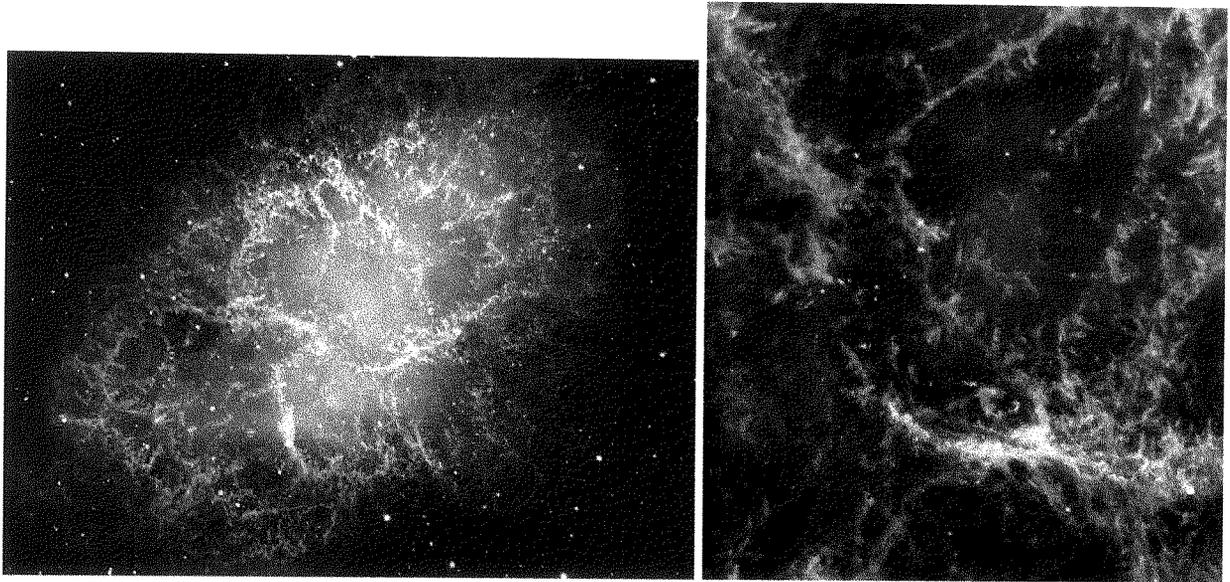


Fig. 19. Le reste de supernova du crabe vu par le VLT à gauche. A droite, observation HST des filaments dans la nébuleuse du crabe.

Crédit (gauche): FORS Team, 8.2-meter VLT, ESO

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap991122.html>

Crédit (droite): William P. Blair (JHU) et al. Hubble Heritage Team (STScI/AURA), NASA,

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap000605.html>

Les observations de la nébuleuse du Crabe par le HST ont été analysées quantitativement par Hester et al. (1996) comme la conséquence de l'interaction entre le vent du pulsar central et les éjecta de la supernova. Le vent du pulsar pousse ces éjecta, et on est cette fois dans le cas d'un fluide lourd accéléré par un fluide léger. Cette configuration instable est responsable de la pénétration de doigts de R-T dans la direction du pulsar, le tout étant entraîné dans un mouvement d'expansion poussé par le vent.

Le champ magnétique joue un rôle important car il stabilise les courtes longueurs d'onde. Il favorise les perturbations dont la longueur d'onde λ est

$$\lambda \sim 2B^2 / g(\rho_2 - \rho_1),$$

où g est l'accélération, B le champ magnétique, et ρ_1 et ρ_2 les densités des fluides légers et lourds. La mesure de λ , g et ρ permet donc de calculer l'intensité du champ magnétique. g est mesurée par le taux d'expansion de la nébuleuse ($\sim 3 \cdot 10^{-3} \text{ cm s}^{-2}$). La densité est estimée à 275 particules par cm^3 (essentiellement de l'Hélium). Compte tenu de la taille caractéristique observée (3 secondes d'arc), l'intensité du champ magnétique est estimée à environ 540 micro-Gauss.

Cette valeur est remarquablement proche de la valeur obtenue indépendamment par un argument d'équipartition (300 micro-Gauss). Dans son développement non linéaire, des doigts de fluide lourd (le milieu interstellaire accumulé devant l'enveloppe éjectée) plongent dans le fluide léger

(vers le centre de la bulle). Les filaments observés sur l'image HST sont interprétés comme la conséquence des "doigts" de R-T. De forts gradients de vitesses existent entre ces doigts et le milieu moins dense, donnant généralement lieu à une instabilité secondaire de cisaillement, qui produit l'élargissement et la dislocation de ces doigts. Le fait que ces filaments du Crabe restent relativement bien dessinés est interprété comme l'effet stabilisant d'un champ magnétique parallèle aux filaments.

3.3 Tout n'est pas du Rayleigh-Taylor

3.3.1 Les globules cométaires de l'hélice

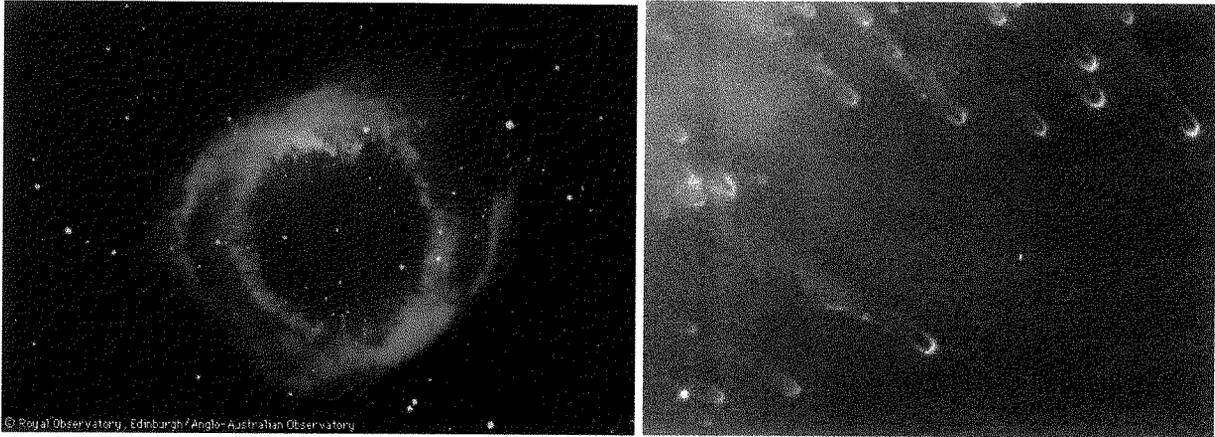


Fig. 20. Nébuleuse de l'hélice (gauche), et gros plan sur les globules cométaires

Crédit (droite): R. O'Dell and K. Handron (Rice University), NASA

<http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/ap960416.html>

3.3.2 La trompe d'éléphant de l'aigle

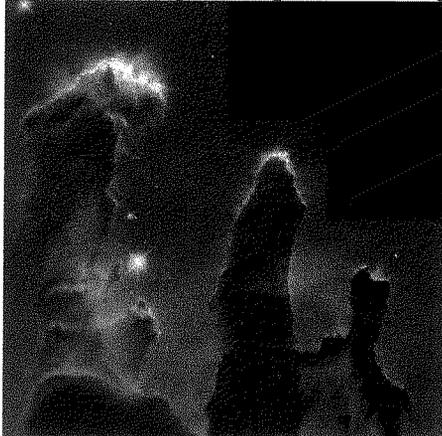


Fig. 21. La nébuleuse de l'aigle vue par HST

Crédit: J. Hester, P. Scowen (ASU), HST, NASA

<http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/ap000924.html>

4 Instabilité gravitationnelle : Jeans

(Crédit : Cours d'hydrodynamique de l'Ecole Polytechnique, R. Mochkovitch & P. Mora)

La force de gravitation est attractive, elle a tendance à rassembler la matière de façon compacte. A l'inverse, les forces de pression résistent à cette tendance et évacuent les surpressions sous la forme d'ondes acoustiques. L'instabilité de Jeans résulte de ce conflit entre force gravitationnelle et forces de pression. Si les forces de pression étaient absentes, un nuage de gaz sphérique de densité ρ s'effondrerait sur lui-même en un temps τ_{grav} :

$$\tau_{\text{grav}} = (\rho G)^{-1/2}$$

Mais les forces de pression sont capables d'évacuer les surpressions en un temps acoustique τ_s qui dépend de la vitesse du son c_s et de la taille R du nuage :

$$\tau_s = R / c_s$$

Simplement en comparant ces deux temps caractéristiques τ_{grav} et τ_s , on peut estimer que

- si $\tau_s \ll \tau_{\text{grav}}$, les surpressions sont rapidement évacuées et la sphère de gaz est stable gravitationnellement,
- si $\tau_s \gg \tau_{\text{grav}}$, les ondes sonores sont inefficaces pour évacuer les surpressions, et l'effondrement gravitationnel se poursuit.

Pour une densité donnée, plus la sphère est grande, plus le temps acoustique est long, et donc plus elle est instable. La transition entre le régime stable et instable correspond à une sphère de taille R_0 telle que $\tau_s = \tau_{\text{grav}}$. La longueur de Jeans λ_J est définie comme :

$$\lambda_J = \pi^{1/2} R_0 = (\pi / \rho G)^{1/2} c_s$$

Sur terre, $\rho \sim 1.3 \text{ kg/m}^3$, $c_s \sim 340 \text{ m/s}$, et donc R_0 vaut 36500 km. Il n'y a donc pas de risque que nous nous effondrions sous notre propre poids.

La masse contenue dans une sphère de rayon λ_J s'appelle naturellement la masse de Jeans.

Dans le milieu interstellaire, cette masse vaut 10^5 fois la masse du soleil dans le gaz HI (10 particules par cm^3 , température 50 K), ce qui est bien supérieur à la masse des étoiles.

Elle vaut environ 150 masses solaires dans le gaz moléculaire (100 fois plus dense, 5 fois moins chaud), ce qui est comparable à la masse des étoiles les plus massives. Ces simples calculs montrent qu'il est nécessaire que cette sphère de gaz se fragmente en grumeaux pour former les plus petites étoiles. L'étude de cette fragmentation est un sujet complexe que nous n'aborderons pas ici.

5 Du larsen aux spirales galactiques : instabilités globales

5.1 Le Larsen

Les trois instabilités évoquées jusqu'ici ont en commun d'être chacune définie par un critère local. Il existe une autre famille d'instabilités, dite globales, qui reposent sur un cycle d'évènements délocalisés. L'exemple le plus simple est le Larsen, lorsqu'on approche un microphone d'une enceinte. N'importe quel son qui entre dans le microphone est transmis à l'amplificateur, qui restitue ce son amplifié à travers l'enceinte. Ce même son se propage jusqu'au microphone et recommence un cycle. Si le microphone n'est pas trop éloigné de l'enceinte, l'amplitude du son augmente de cycle en cycle jusqu'à saturation de l'ampli qui produit un sifflement aigu.

On peut donc schématiser cette instabilité en deux étapes :

- propagation sonore de l'enceinte vers le micro., induisant une perte d'énergie qui dépend de la distance entre le micro et l'enceinte,
- propagation électrique et amplification du micro à l'enceinte en passant par l'ampli., induisant un gain qui dépend du réglage de l'ampli.

Le cycle est instable si le gain compense la perte. S'il est instable, la croissance de l'amplitude du signal est exponentielle (phase linéaire) jusqu'à saturation par des phénomènes non-linéaires (limite de fonctionnement de l'ampli).

Bien que la source d'énergie de l'instabilité réside clairement dans l'amplificateur, il n'est pas instable en soi, et nécessite un retour pour fermer le cycle. Il s'agit donc bien d'un mécanisme global.

5.2 Les galaxies spirales

Une instabilité comparable se produit dans les disques galactiques. On peut la comprendre de façon purement hydrodynamique, en imaginant pour simplifier un disque de gaz sans étoiles.

Si à un certain rayon du disque son épaisseur est supérieure à la longueur de Jeans, le gaz s'effondre rapidement sur lui même, formant un anneau d'étoiles à ce rayon. Supposons maintenant que le gaz soit stable vis à vis du critère de Jeans. L'instabilité spirale est fondée sur un cycle d'ondes acoustiques qui se propagent dans ce gaz. Ces ondes se propagent à la fois dans les directions radiale et azimutale, à la vitesse du son, sous la forme d'une surpression locale (et donc d'une surdensité). Pour une onde donnée tournant avec une certaine fréquence, il existe un rayon privilégié dans le disque galactique où la vitesse de rotation de l'onde est égale à la vitesse de rotation des étoiles. Appelé rayon de corotation, ce rayon joue le rôle d'amplificateur dans le cycle instable, pour des raisons liées à la gravitation du gaz que nous ne détaillerons pas ici. Disons simplement que cette amplification locale est d'autant plus grande que l'on est proche du critère d'instabilité de Jeans.

De façon schématique, une onde sonore se propageant à l'intérieur de ce rayon de corotation est amplifiée et réfléchiée vers l'intérieur à chaque fois qu'elle atteint ce rayon. Cette réflexion s'accompagne de la transmission d'une autre onde sonore vers l'extérieur de la corotation. Ainsi un cycle instable d'ondes acoustiques s'établit à l'intérieur de la corotation, pendant que des ondes sont émises à l'extérieur. Par cette instabilité, l'amplitude des surdensités croît jusqu'à favoriser la formation d'étoiles, en collaboration avec le mécanisme magnétique de Parker évoqué au chapitre 3.2.3.

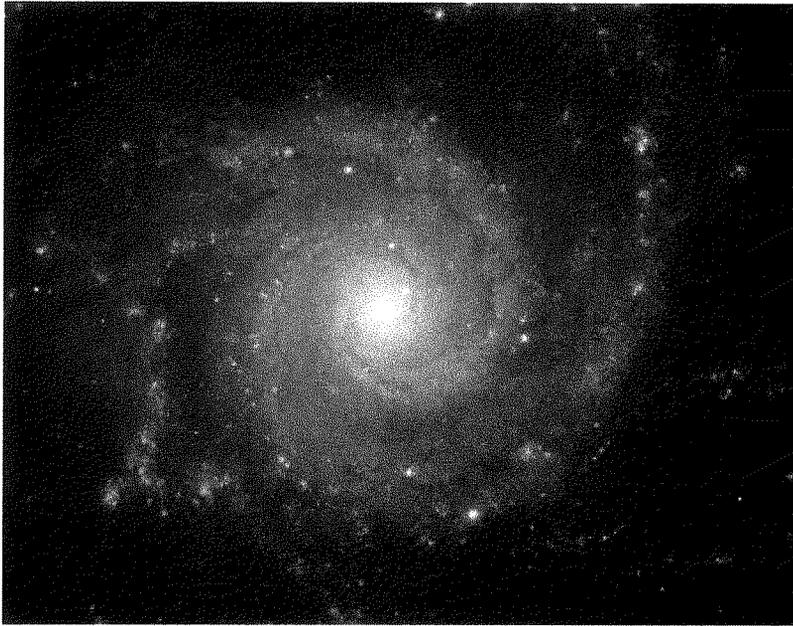


Fig. 22. Bras des galaxies sous l'effet de l'instabilité spirale gravitationnelle. M74 contient environ 100 milliard d'étoiles, à 30 million d'années lumière de notre galaxie. Elle est similaire à notre propre galaxie, la Voie Lactée.

Crédit: Gemini Observatory, GMOS Team

<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap011004.html>

Ce mécanisme de cycle instable implique, contre toute attente, que la structure spirale observée sur la figure 22 n'est pas attachée au gaz (ni aux étoiles), mais qu'il s'agit d'une onde se propageant dans le milieu interstellaire. De même qu'une vague sur la mer n'est pas attachée aux mouettes qui flottent à sa surface. La meilleure preuve de cette théorie vient de l'observation que la densité d'étoiles est à peu près identique dans les bras spiraux et entre les bras spiraux. Simplement, les bras spiraux sont peuplés d'étoiles jeunes, qui viennent de se former sous l'effet de la surdensité. Parmi elles, les étoiles massives à courte durée de vie sont très brillantes. A l'inverse, l'espace inter-bras est peuplé d'étoiles plus vieilles, moins brillantes. Notons que cette instabilité spirale produit un mouvement d'accrétion vers le centre de la galaxie, nourrissant ainsi le trou noir super-massif qui y réside.

6 De la bouilloire aux trous noirs supersoniques

6.1 Instabilité aéroacoustique

L'exemple de l'instabilité spirale est fondé sur la propagation des ondes sonores, à l'aller comme au retour. Il existe d'autres instabilités globales, parfois appelées aéroacoustiques, où le cycle est constitué d'un trajet acoustique à l'aller, et d'un trajet à la vitesse du fluide (donc plus lent) au retour. Ce type d'instabilité existe à la fois dans les bouilloires, les réacteurs de fusées, et les trous noirs supersoniques.

6.2 Le sifflement des bouilloires

Le sifflement d'une bouilloire est produit par l'éjection sous pression d'un jet de gaz par le trou de la bouilloire. Dès que l'eau bout, la vapeur libérée produit un jet qui passe successivement par deux anneaux distants de quelques centimètres.

Après le premier anneau, une couche de cisaillement entre le jet et le gaz environnant est instable (type Kelvin-Helmholtz) et produit donc des petits tourbillons. Ces tourbillons se déplacent avec le fluide jusqu'au deuxième anneau. L'interaction entre les tourbillons et cet anneau génère des ondes acoustiques qui vont remonter le courant jusqu'au premier anneau. Ces ondes acoustiques vont exciter la formation de nouveaux tourbillons, d'amplitude plus grande que les premiers, avec une période temporelle comparable à la durée totale du cycle. C'est cette période qui fixe la tonalité du sifflement. Ce cycle est donc partiellement acoustique et partiellement advectif. Il est instable si la croissance des tourbillons est suffisante entre les deux anneaux, c'est à dire si la vitesse du jet est assez grande.

6.3 Les réacteurs de fusées

Un cycle comparable se produit dans les réacteurs de fusée, entre la région de combustion des gaz et la tuyère de sortie (voir figure 23). Une onde acoustique qui remonte le courant vient perturber la combustion des gaz. En retour, une onde acoustique réfléchiée est produite, mais surtout des inhomogénéités d'entropie constituées de gaz mal brûlés. Ces inhomogénéités se déplacent à la vitesse du gaz vers la tuyère de sortie. Lorsque ces inhomogénéités pénètrent dans la région convergente de la tuyère, elles sont comprimées mais ne réagissent pas de la même manière aux variations de pression que le gaz bien brûlé. Cela génère des ondes acoustiques qui se propagent à la fois dans le sens de l'éjection (produisant un bruit supplémentaire à l'extérieur), mais aussi en direction de la zone de combustion. Le cycle est donc acoustique de la tuyère vers la zone de combustion, et advectif de la zone de combustion vers la tuyère. Dans les statoréacteurs, cette

instabilité a été étudiée par Abouseif et al. (1984). Elle porte le nom d'instabilité de grondement, et est responsable de vibrations à basse fréquence et d'une combustion imparfaite.

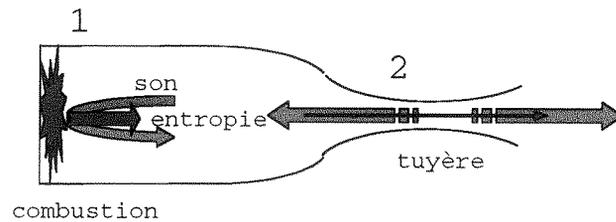


Fig. 23. Cycle aéroacoustique dans un réacteur de fusée.

Une instabilité comparable existe dans le réacteur à propergol solide d'Ariane 5. Le cycle instable ressemble à celui des bouilloires, car il fait intervenir les tourbillons plutôt que les inhomogénéités d'entropie.

6.4 Les trous noirs supersoniques

Lorsqu'un trou noir se déplace dans le milieu interstellaire, il absorbe non seulement le gaz qui se trouve sur son passage (c'est à dire pas grand chose compte tenu de sa petite taille), mais aussi tout le gaz qu'il parvient à attirer par son champ de gravitation. Comme il faut du temps pour qu'une particule de gaz glisse dans le puit de potentiel du trou noir, il absorbe d'autant moins de gaz qu'il va vite. Le rayon d'accrétion r_{acc} est défini comme le rayon du cylindre de gaz qui est capturé gravitationnellement par le trou noir en mouvement. Il est illustré par la figure 24. Quand le trou noir est rapide (plus rapide que la vitesse du son dans le gaz), le rayon d'accrétion r_{acc} s'exprime simplement :

$$r_{\text{acc}} \sim r_{\text{BH}} (c / v)^2 ,$$

où v est la vitesse du trou noir, c la vitesse de la lumière, et r_{BH} le rayon de Schwarzschild du trou noir. Un trou noir supersonique sera précédé d'un choc, semblable au choc qui accompagne les avions supersoniques (voir figure 24).

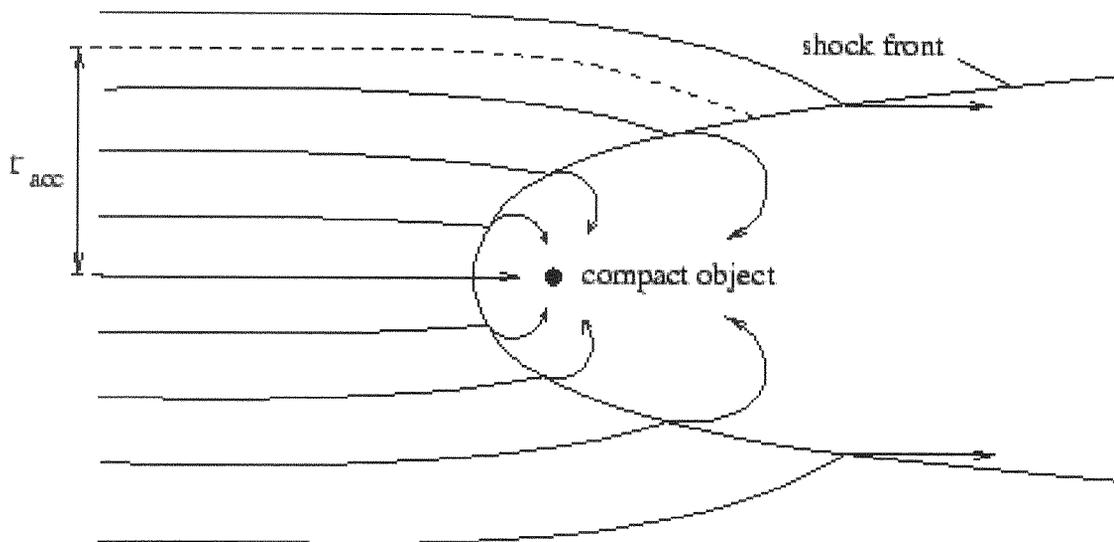


Fig. 24. Accrétion de Bondi-Hoyle sur un trou noir supersonique

Crédit : <http://www.astro.su.se/groups/head/sara/node5.html>

Les simulations numériques de ce type d'accrétion, appelée accrétion de Bondi-Hoyle-Lyttleton, ont révélé le caractère instable de cet écoulement. Le mécanisme de l'instabilité ressemble à celui des réacteurs de fusées. Il consiste en un cycle dans la région située entre le choc et l'horizon du trou noir. Des ondes sonores qui remontent le courant atteignent le choc, et produisent en retour des perturbations d'entropie et des tourbillons. Ces grumeaux et ces tourbillons sont advectés à la vitesse du fluide, et accélérés dans le puit de potentiel du trou noir. Cette accélération s'accompagne de l'émission d'ondes sonores qui remontent à leur tour le courant pour atteindre le choc. Le trajet aller se fait à la vitesse du gaz, le retour à la vitesse du son (diminuée de la vitesse du gaz). Nous n'entrerons pas ici dans le détail des conditions d'instabilité. Selon la nature du gaz il s'agit d'un cycle plutôt entropique-acoustique, ou plutôt tourbillonnaire-acoustique. Notons simplement qu'une telle instabilité peut aider à comprendre pourquoi de nombreux systèmes binaires X de haute masse émettent un rayonnement très variable temporellement. Dans ces systèmes, un objet compact est en orbite autour d'une étoile de haute masse, source d'un vent très dense. La conjugaison de la vitesse du vent et de la vitesse Keplerienne du trou noir produit une vitesse largement supersonique, et donc une accrétion du type de la figure 24. Si l'écoulement est instable, il est naturel que la lumière qu'il émet soit instationnaire.

7 Le rôle des instabilités en astrophysique

Loin d'être exhaustif, ce bref panorama des instabilités hydrodynamique en astrophysique illustre leur rôle tantôt fondamental, tantôt accessoire. D'une façon générale, elles permettent au système d'atteindre un état de plus faible énergie. Cette évolution s'accompagne donc d'une libération d'énergie sous forme de bruit (ondes acoustiques), d'ondes magnétiques (ondes d'Alfven) ou de lumière.

Rappelons quelques-unes des circonstances où les instabilités jouent un rôle essentiel:

- mélange des éléments chimiques dans le milieu interstellaire et dans les étoiles (R-T, K-H)
- transport convectif d'énergie dans les étoiles (R-T)
- accrétion vers le centre galactique (instabilité spirale)
- formation des galaxies, des étoiles, des nuages moléculaires (Jeans, Parker)

A ces exemples il faut ajouter le rôle très probable des instabilités (en particulier l'instabilité magnétorotationnelle, qui n'a pas été abordée ici) dans le problème du transport du moment cinétique dans les disques d'accrétion (la viscosité de l'hydrogène est loin d'être suffisante pour permettre l'accrétion).

Même lorsqu'elles semblent jouer un rôle accessoire, les instabilités hydrodynamiques sont un outil précieux pour tester notre compréhension des objets astrophysiques. C'est le cas des jets, ou de la variabilité des binaires X. De plus, nous avons déjà souligné le rôle fondamental de la granulation pour le développement de l'héliosismologie.

Appendice : Exemple simple de calcul perturbatif ; équilibre instable d'un solide

Soit un objet solide, en forme de pomme d'amour, en équilibre vertical sur sa tige. Supposons pour simplifier que la masse de la tige est négligeable. Soit m la masse de la pomme d'amour, et d la longueur de la tige. Un léger déplacement latéral de la pomme, sans déplacer le point de contact de la tige avec le sol, est mesuré par un angle θ . D'après le théorème du moment cinétique, la variation du moment cinétique égale la somme des moments des forces extérieures. A l'équilibre, le poids est dirigé vers le point d'appui, et n'exerce donc aucun moment. Lorsque la pomme est déplacée d'un angle θ , le moment M du poids devient:

$$M = d m g \sin \theta$$

Le théorème du moment cinétique s'écrit donc

$$m d^2 (d^2\theta / dt^2) = d m g \sin \theta.$$

Le principe des méthodes perturbatives consiste à définir la stabilité à partir du comportement de l'équilibre vis à vis de déplacement infinitésimaux, c'est à dire aussi petit que l'on veut.

Si $\theta \ll 1$, on peut très bien approximer $\sin \theta \sim \theta$, et l'équation différentielle devient :

$$d^2\theta / dt^2 = g / d$$

On dit que l'équation a été "linéarisée", car on n'a gardé que le premier terme du développement de Taylor du moment du poids. Cette approximation est extrêmement utile car on sait résoudre les équations différentielles linéaires. La solution de la nouvelle équation différentielle est simplement une combinaison d'exponentielles:

$$\theta(t) = A \exp(+t/\tau) + B \exp(-t/\tau),$$
$$\tau = (d/g)^{1/2},$$

où A, B , sont des constantes qui dépendent de la perturbation initiale.

Si par exemple la perturbation initiale consiste en un déplacement $\theta(t=0) = \theta_0$ à vitesse nulle $d\theta/dt(t=0) = 0$, la solution est :

$$\theta(t) = \theta_0 \cosh(t/\tau),$$

Après quelques fois le temps τ , l'exponentielle décroissante $\exp(-t/\tau)$ est dominée par l'exponentielle croissante $\exp(+t/\tau)$ et la croissance du déplacement est exponentielle. τ est appelé le "temps de croissance" de l'instabilité.

Bibliographie

Batchelor G.K. 1967, "An introduction to fluid dynamics", Cambridge University Press

Chandrasekhar S. 1961, "Hydrodynamic and hydromagnetic stability", Dover Publications, inc, New York

Drazin P.G., Reid W.H. 1993, "Hydrodynamic stability", Cambridge University Press

Faber T.E. 2001, "Fluid dynamics for physicists", Cambridge University Press

Guyon E., Hulin J.-P., Petit L. 2001, "Hydrodynamique physique", EDP Sciences, CNRS Editions

Landau L., Lifchitz E. 1989, "Mécanique des fluides", éd. librairie du globe, éditions Mir

Mochkovitch R., Mora P. 2000, "Hydrodynamique et formation d'étoiles", Ecole Polytechnique