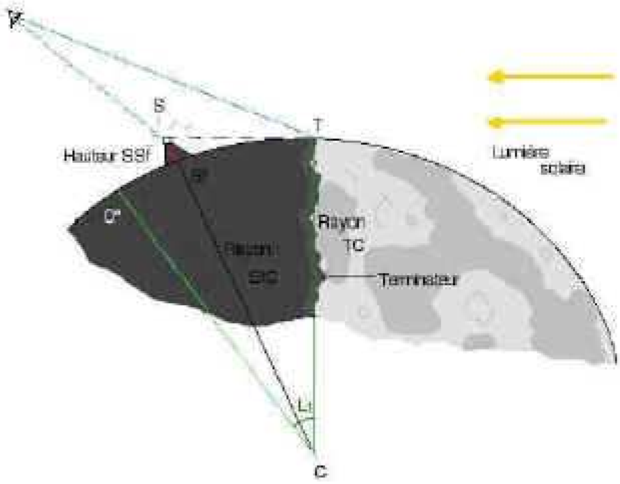
Méthode du “point lumineux”

Nous avons commencé par la méthode du “point lumineux” avec un relief proche de la chaîne des Appenins, Abulfeda. La photo est jointe en fin de paragraphe avec son exploitation par le logiciel HOU.



La méthode est simple. Elle permet de calculer la hauteur d’une montagne dont le sommet est éclairé dans la zone sombre située le long du terminateur.

Sur ce schéma, **S** est le haut du sommet éclairé isolé dans la partie obscure de la surface lunaire, **Sf** la base du même relief, **T** le terminateur, **C** le centre de la Lune. On veut mesurer la hauteur **h**, ou **S Sf**, grâce à la distance **d**, ou **ST ,** mesurée au préalable et au rayon lunaire **r**, ou **CT** et **C Sf** égal à 1737,2 kilomètres.

Le triangle STC est rectangle en T, ce qui nous permet d’utiliser le théorème de Pythagore, selon lequel:

$$(h + r)^2 = d^2 + r^2$$

Grâce à la coupe, on obtient la distance d entre le terminateur et le sommet. Nous l’avions évaluée à **40 pixels**.

Il faut savoir ensuite la longueur représentée par un pixel.

La photographie ayant été prise en **binning 2x2**, on évalue grâce à la focale, la distance de la Terre à la lune, et la taille d’un phototransistor (voir la CCD, le calcul du champ), la taille d’un pixel à environ 2,759 kilomètres - précision convenable vue la précision moyenne de la méthode.

$$\mathbf{d_{apparent} = 40 \times 2{,}759 = 110{,}4 \text{ kilomètres}}$$

C’est là que nous devons corriger la distance observée en perspective, sachant qu’elle est projetée sur la perpendiculaire à la **ligne de visée**.

On divise donc la distance ST observée par le cosinus de la longitude du terminateur,

d observée / cos L_t = 110,4 / cos 17 °

d = 115,4 km

Reprenons la formule qui nous donnera h, connaissant d et r: avec r = 1737,2 km

$$(h + r)^2 = d^2 + r^2$$

Soit:

$$h = \sqrt{d^2 + r^2} - r$$
$$h = \sqrt{115{,}4^2 + 1737{,}2^2} - 1737{,}2$$
$$h \approx 3{,}83\,km \approx 3800\ mètres$$

Nous avons obtenu un ordre de grandeur d'Abulfeda! Il correspond à trois cent mètres près à la hauteur donnée par un atlas lunaire, 3500 mètres, soit 8% de précision.

Curieux que nous sommes, nous avons cependant voulu savoir la hauteur qu'aurait ajouté ou soustrait une appréciation différant de seulement 4 ou 5 pixels (sur 40 !) de celle que nous avons faite.

Cela nous donnerait 600 mètres de plus ou de moins!

Ce calcul nous a montré **l'ordre de grandeur du rempart de ce cratère** situé à plus de 350 000 kilomètres de la Terre!

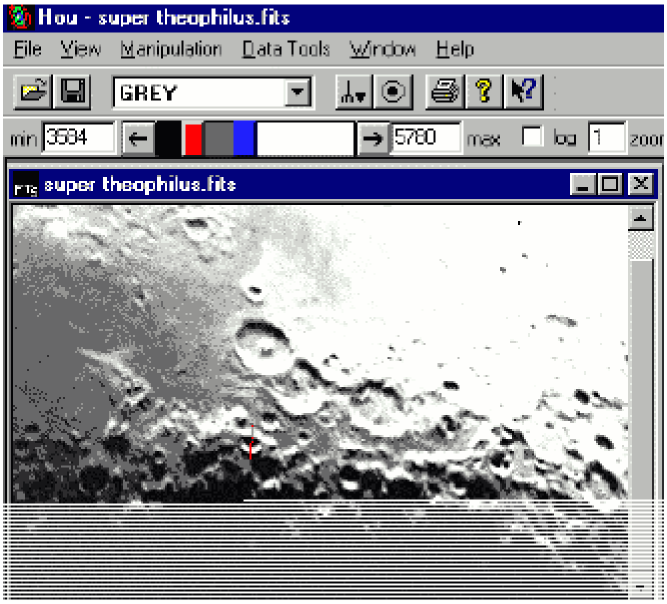
Méthode "ombre du relief"

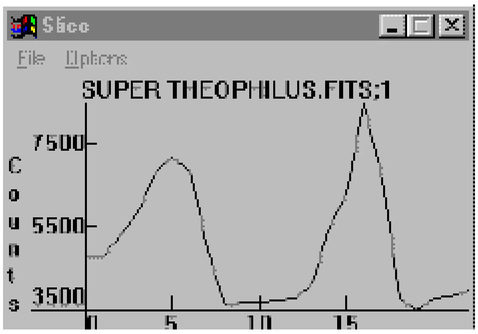
Pour un calcul plus précis, il nous faut utiliser la méthode se basant sur l'ombre du relief: le mur du cratère Kant, situé un peu au-dessous de Théophilus.

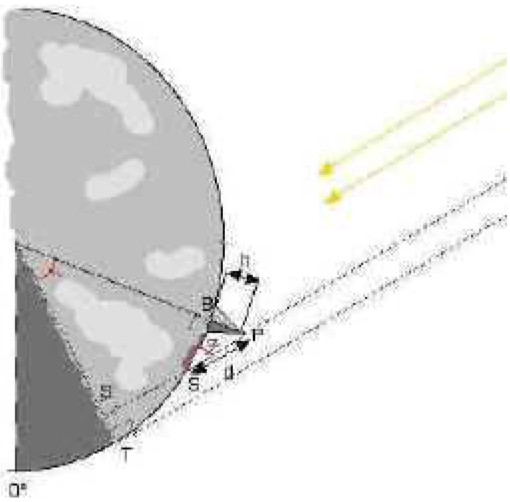
Sur la même image, on réalise une coupe du cratère Kant.

pour calculer sa hauteur nous calculerons la longueur de son ombre connaissant la hauteur du soleil (angle entre la direction des rayons du Soleil et le plan de l'horizon)

Cette hauteur se calcule à partir de la longitude du sommet étudié, Kant, et de la longitude du terminateur.







Shéma de la méthode de calcul

Ici, **P** est le sommet du relief dont on veut calculer la hauteur, h, **B** sa base, **S** l'extrémité de son ombre, **T** le terminateur, **S'** le point d'intersection de (PS) et (CT) et **C** le centre de la lune. **d** est la longueur BS de l'ombre, **h** la hauteur PB du relief, L_T la longitude du teminateur, L_P la longitude du sommet et **α** la hauteur du soleil. On connait la longitude du terminateur à l'aide de la colongitude sélénographique du soleil (colongitude : longitude + 90°).

Or, comme (PS) est perpendiculaire à (TC), (BS) perpendiculaire à (PC), et comme BSP est contenu dans S'CP, α est égale à l'angle TCP.

On peut donc dire que :

$$\alpha = \left| L_T - L_P \right|$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{d} \_ \quad h = d.\tan \alpha$$

$$h = d.\tan \left| L_T - L_P \right|$$

Nous aurons besoin, avant d'effectuer le calcul, de corriger la longueur BS observée, qui, à cause de notre point de vue, est amoindrie. Une approximation sera suffisante vu les imprécisions d'appréciation des longueurs, longitudes.

Grâce aux éphémérides et à un atlas lunaire, on trouve:

L_p = 20,1°,et L_t = 17 °.

Sur la coupe, on estime la distance apparente à **11 pixels**.

On doit cette fois-ci prendre en compte la déformation due à la perspective et calculer la distance réelle: d

d = d_{app} / cos L_p.

Soit, en pixels: d = 11 / cos 20,1

Soit d = **11,7pixels; longueur de l'ombre portée par le mur du cratère Kant, une fois corrigé l'effet de perspective**

On multiplie le résultat par la distance représentée par un pixel:

d = 11,7 x 2,759 = **32,3 km**

Maintenant que nous avons la taille de l'ombre, on cherche la hauteur du soleil sur le plan de l'horizon, α , :

α = L_t - L_p = 3,1°

D'où **h = d x tan α = 32,3 x tan 3,1° = 1,75 km = 1750 mètres**

Par rapport à l'atlas, qui indique une altitude de 2700 mètres, il reste une énorme erreur de 950 mètres. Mauvaise réponse due ni à une erreur de calcul, ni à une erreur de longitude, mais sûrement à l'appréciation des distances sur la coupe, puisqu'une ombre n'est jamais clairement définie par le graphe donnant la luminosité en fonction de la position du pixel.

Nous verrons, après avoir calculé la **hauteur de Théophilus**, de quoi il retourne!

Avec le même procédé, donc, on évalue d apparente à 8 pixels.

On calcule la distance réelle en pixels, compte tenu de la perspective:

$d = 8 / \cos 26° = 8{,}7$pixels

Puis en kilomètres : $d = 8{,}7 \times 2{,}759 =$ **24 km**

et L_p à 26° ; L_t est toujours de 17°..

On cherche α : $\alpha = 17 - 26 = 9°$

Puis on calcule h :

$\underline{h = d \times \tan \alpha = 24 \times \tan 9° = 3{,}79 \text{ km}}$ = environ 3800 mètres

Cette fois-ci, la mesure est presque bonne. L'atlas donne une altitude de 3600 mètres pour Théophilus. Soit une précision de 5%.

Comme pour Abulféda, nous faisons une moyenne de la marge d'erreur que représente un pixel sur le résultat final. Ici, un pixel équivaut à une différence d'environ 300 mètres (!).

En utilisant la même méthode pour deux cratères différents, nous avons donc obtenu un résultat juste et un autre totalement erroné. Car, en réalité, ce n'est pas une fois que les astronomes ont fait ces calculs pour évaluer leur hauteur, mais des dizaines, à des périodes différentes, afin de se rapprocher pas à pas du bon résultat. Mais ce "bon résultat" ne sera lui-même qu'une approximation de la réalité.

En effet, la moindre erreur, surtout dans les appréciations des distances, même en se basant sur des images exactes données par les ordinateurs, ce que Galilée ne pouvait en aucun cas faire, devient une monstrueuse faute. Car l'oeil humain, premier instrument astronomique, maillon indispensable de la chaîne des "mesures dans l'Espace", en restera néanmoins toujours la partie la moins fiable...